

Программа спецкурса для 3 – 6 курсов
«Обобщенные интегралы в гармоническом анализе, часть 1»
2020-21 учебный год, лектор проф. В.А.Скворцов

1. Теорема Кантора-Лебега о коэффициентах тригонометрического ряда и теорема единственности Кантора. Пример всюду сходящегося тригонометрического ряда, не являющегося рядом Фурье-Лебега
2. Метод суммирования Римана. Его регулярность.
3. Интеграл Перрона. Связь с интегралом Лебега.
4. Теорема: если тригонометрический ряд всюду сходится к суммируемой функции, то он является рядом Фурье-Лебега этой функции.
5. Условие выпуклости функции в терминах производных Шварца. Определение P^2 -интеграла.
6. Восстановление коэффициентов всюду сходящегося тригонометрического ряда с помощью P^2 -интеграла.
7. Система Уолша на отрезке и на двоичной группе Кантора. Топологические свойства группы Кантора.
8. Свойства ядер Дирихле для системы Уолша и формула для частных сумм ряда Фурье-Уолша,
9. Квази-мера, порожденная рядом Уолша, её конечная аддитивность. Взаимная однозначность соответствия между множеством рядов Уолша и семейством знакопеременных мер на алгебре множеств, порожденной двоичными интервалами.
10. Критерий (в терминах квази-меры) принадлежности ряда Уолша классу рядов Фурье-Уолша. Теорема единственности для рядов Уолша.
11. Двоичный интеграл Хенстока на группе Кантора. Интегрируемость двоичной производной и решение задачи о восстановлении коэффициентов сходящегося ряда Уолша.
12. Лемма Сакса-Хенстока для двоичного интеграла Хенстока.
13. Теорема о предельном переходе для монотонной последовательности функции, интегрируемых в смысле двоичного интеграла Хенстока.
14. Связь двоичного интеграла Хенстока с интегралом Лебега на группе Кантора. Теорема: если ряд Уолша всюду на группе сходится к суммируемой функции, то он является рядом Фурье-Лебега этой функции.

Литература

Н.К.Бари , Тригонометрические ряды, М., 1961.

Б.И.Голубов, А.В.Ефимов, В.А.Скворцов, Ряды и преобразования Уолша, URSS, М. 2007.

Т.П.Лукашенко, В.А.Скворцов, А.П.Солодов, Обобщенные интегралы, URSS, М. 2011.