Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Механико-математический факультет
Кафедра теории функций и функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
_______________/Кашин Б. С. /
«___» _________________20   г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля):

Комплексный анализ

Уровень высшего образования:
специалитет

Направление подготовки (специальность):

01.05.01 «Фундаментальные математика и механика»

Направленность (профиль) ОПОП:

Специализация «Математика и экономическая теория»

Форма обучения:
очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

на заседании кафедры теории функций и функционального анализа

(протокол №__, «___» ______________ 20__ года)

Москва 201_

На обратной стороне титула:

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по специальности «Фундаментальные математика и механика» в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение_____________

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО: относится к базовой части ОПОП ВО.
2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть):
освоение дисциплин «математический анализ», «алгебра», «аналитическая геометрия».
3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников (коды)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с компетенциями**
ПК-1	Знать: основные понятия комплексного анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки основных утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.
ОПК-2	Уметь: решать задачи на вычисление и задачи теоретического характера в области комплексного анализа.
УК-1, ОПК-3	Владеть: математическим аппаратом комплексного анализа, методами решения задач и способами доказательства утверждений в этой области.

4. Формат обучения _________очный____________ *(отметить, если дисциплина или часть ее реализуется с использованием электронного обучения и (или) дистанционных образовательных технологий)*

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 4 з.е., в том числе 72 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 36 часов лекций, 36 часов семинаров), 72 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

№	**Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),** **Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**	**Всего (часы)**	В том числе			
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы			**Самостоятельная работа обучающегося, часы** *(виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. – указываются при необходимости)*
			Лек	Сем	Всего	
1.	Комплексные числа, комплексная плоскость. Множества на плоскости, области и кривые. Топология комплексной плоскости. Линейная связность. Области, теорема об открыто-замкнутом подмножестве. Пути и кривые. Гладкие и кусочно-гладкие пути и кривые.Стереографическая проекция, сфера Римана, расширенная комплексная плоскость.	8	2	2	4	4
2.	R-дифференцируемость и C-дифференцируемость комплекснозначной функции, связь между ними. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл комплексной производной. Голоморфные функции и конформные отображения.	8	2	2	4	4
3.	Свойства дробно-линейных отображений. Дробно-линейные изоморфизмы основных областей. Основные элементарные функции, их максимальные области однолистности. Обратные к ним функции. Примеры областей, в которых выделяются непрерывные ветви	28	4	8	12	16

	обратных функций.					
4.	Интеграл вдоль пути и его свойства. Лемма Гурса. Определение первообразной функции в области. Единственность первообразной в области с точностью до аддитивной константы. Существование первообразной в круге для функции, удовлетворяющей условию треугольника. Производная вдоль пути, ее существование и единственность. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема Коши о гомотопии. Существование первообразной у голоморфной функции в односвязной области. Интегральная теорема Коши для многосвязной области.	10	4	2	6	4
	Текущий контроль: Контрольная работа №1	2		2	2	
5.	Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Разложение голоморфной в круге функции в ряд Тейлора. Свойства степенных рядов, их голоморфность в круге сходимости. Неравенства Коши для коэффициентов. Теорема Мореры. Три эквивалентных определения голоморфной функции. Теорема Лиувилля. Теорема о среднем. Теорема единственности.	20	6	4	10	10
6.	Пространство голоморфных в области функций, сходимость в нем. Теорема Вейерштрасса о рядах голоморфных функций. Метризуемость сходимости внутри области.	8	2	2	4	4
7.	Разложение функции, голоморфной в кольце, в ряд Лорана. Ряды по целым степеням z-a. Формулы и неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана. Изолированные особые точки однозначного характера, их классификация в терминах рядов Лорана. Теорема Римана об устранимой особой точке. Теорема Сохоцкого. Бесконечность как изолированная особая	16	4	4	8	8

	точка.					
8.	Вычеты. Теоремы Коши о вычетах. Способы вычисления вычетов. Вычет в бесконечности. Лемма Жордана. Преобразование Фурье рациональных функций. Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов.	16	4	4	8	8
	Текущий контроль: Контрольная работа №2	2		2	2	
9.	Функции, мероморфные в расширенной комплексной плоскости.	10	2		2	2
10.	Аналитическое продолжение. Непосредственное аналитическое продолжение элементов и его свойства. Аналитическое продолжение по цепочке и вдоль пути. Теорема о продолжении вдоль гомотопных путей. Теорема о монодромии. Аналитические функции.	10	4	2	6	4
11.	Теорема о логарифмическом вычете. Суммирование рядов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше. Вычисление числа нулей многочленов в заданной области	8	2	2	4	4
	Промежуточная аттестация: зачет, экзамен	4				4
	Всего часов	144	36	36	72	72

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)
7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

На каждом семинарском занятии студентам дается домашнее задание, состоящее из задач по пройденной теме (например, из задачника: Евграфов М.А., Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И., Бежанов К.А., «Сборник задач по теории аналитических функций», Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука", 2-е изд., 1972). В начале семинара преподаватель проводит опрос студентов и разбор домашнего задания. В семестре проводятся контрольные работы (на семинарах). Зачет в семестре выставляется после решения всех задач контрольных работ.

Примеры контрольных работ

Контрольная работа № 1

1. Решить уравнение $|\text{th}\ z|=1$.
2. Восстановить голоморфную функцию $f(z)$ по $|f(z)|=e^{2y}+e^{-2y}+2\cos 2x$.
3. Отобразить конформно на единичный круг область $\mathbf{C}\setminus\{z: |z|=1, \operatorname{Im} z\geq 0\}$.
4. Отобразить конформно на верхнюю полуплоскость внешность единичного круга с разрезами по отрезкам $[e^{i2k\pi/3};2e^{i2k\pi/3}]$, $k=0,1,2$.

Контрольная работа № 2

1. Разложить в ряд Тейлора в нуле функцию $\ln(1-z+z^2)$ ($\ln 1 = 0$).
2. Найти и охарактеризовать особые точки функции $1/g(i \cos z)$, где g – функция Жуковского.
3. Вычислить интеграл $\int_{|z|=1} \sin((z+1)/z)\, dz$.
4. Вычислить интеграл $\int_{R}(1-\cos x)/(x^4+1)\, dx$.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Примерный список экзаменационных вопросов:

5 семестр

1. Свойства дробно-линейных отображений. Дробно-линейные автоморфизмы круга.

2. Основные элементарные функции, их максимальные области однолистности. Обратные к ним функции. Примеры областей, в которых выделяются непрерывные ветви обратных функций.

3. R-дифференцируемость и C-дифференцируемость комплекснозначной функции, связь между ними. Условия Коши-Римана. Голоморфные в области функции. Голоморфность в бесконечности. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформность в точке.

4. Определение интеграла по кривой в комплексной плоскости, независимость от параметризации кривой. Свойства интеграла. Примера: интегралы от z^n по произвольной спрямляемой кривой, интеграл от (z-a)^n по окружности с центром a.

5. Интегральная теорема Коши.

6. Существование первообразной у голоморфной функции в односвязной области. Интегральная теорема Коши для составного контура. Интегральная формула Коши.

7. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Разложение голоморфной в круге функции в ряд Тейлора.

8. Свойства степенных рядов, их голоморфность в круге сходимости. Неравенства Коши для коэффициентов.

9. Теорема Мореры. Условия на функцию, эквивалентные ее голоморфности в области.

10. Теорема Лиувилля. Теорема о среднем для голоморфных функций. Теорема единственности.

11. Пространство голоморфных в области функций, сходимость в нем. Теорема Вейерштрасса о сходимости. Метризуемость сходимости внутри области.

12. Ряды Лорана, их область сходимости. Разложение функции, голоморфной в кольце, в ряд Лорана. Формулы для коэффициентов.

13. Изолированные особые точки однозначного характера, их классификация в терминах рядов Лорана. Теорема Римана об устранимой особой точке. Теорема Сохоцкого. Бесконечность как изолированная особая точка.

14. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Способы вычисления вычетов. Вычет в бесконечности.

15. Лемма Жордана. Преобразование Фурье рациональных функций.

16. Теорема о логарифмическом вычете. Принцип аргумента. Теорема Руше.

17. Функции, мероморфные в расширенной комплексной плоскости. Достаточное условие разложимости мероморфной в C функции в ряд из главных частей рядов Лорана в полюсах.

18. Пример функции, голоморфной в заданной области и не продолжаемой аналитически ни в какую точку вне этой области.

19. Непосредственное аналитическое продолжение элементов и его свойства. Аналитическое продолжение по цепочке и вдоль пути. Свойства продолжения вдоль пути.

20. Теорема о продолжении по гомотопным путям. Теорема о монодромии.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	2	3	4	5
Знания *(виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)*	Отсутствие знаний по комплексному анализу	Фрагментарные знания по комплексному анализу	Общие, но не структурированные знания по комплексному анализу	Сформированные систематические знания по комплексному анализу
Умения *(виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)*	Отсутствие умений решать задачи по комплексному анализу	В целом успешное, но не систематическое умение решать задачи по комплексному анализу	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение решать задачи по комплексному анализу (неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение решать задачи по комплексному анализу
Навыки (владения, опыт деятельности) *(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)*	Отсутствие навыков владения математическим аппаратом комплексного анализа	Наличие отдельных навыков владения математическим аппаратом комплексного анализа (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки владения математическим аппаратом комплексного анализа, но используемые не в активной форме	Сформированные навыки владения математическим аппаратом комплексного анализа, применяемые при решении задач

8. Ресурсное обеспечение:

а) основная литература:

1. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. М., 1978.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М., 1984.
3. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Т. 1. М., 1986.
4. Домрин А.В., Сергеев А.Г. Лекции по комплексному анализу. М., 2004.
5. Евграфов М.А., Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И., Бежанов К.А. Сборник задач по теории аналитических функций. М., 1972.

б) дополнительная литература:

1. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т 1, 2. М., 1967.
2. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М., I975.
3. Леонтьева Т.А., Панферов З.С., Серов В.С. Задачи по теории функций комплексного переменного. М., изд-во МГУ, 1992.

в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы: сайт кафедры http://www.math.msu.su/tffa/index.html , на котором ежегодно публикуется программа экзамена по курсу.

Материально-техническое обеспечение дисциплины:

А. Помещения:

- аудитория

Б. Оборудование:

- доска в аудитории для лекций и семинаров; мел

9. Язык преподавания. Русский.

10. Преподаватель (преподаватели): Потапов М.К., Скворцов В.А., Смолянов О.Г., Степин А.М., Хелемский А.Я., Шкаликов А.А., Белошапка В.К., Дьяченко М.И., Сорокин В.Н., Парамонов П.В., Рыжиков В.В., Богачев В.И., Шейпак И.А., Бородин П.А, Бахвалов А.Н., Фёдоров В.М., Вячеславов Н.С., Куприков Ю.Е., Домрин А.В., Савчук А.М., Пальвелев Р.В., Лобанов М.С., Косов Е.Д.

11. Автор (авторы) программы доцент Лобанов М.С.