

ПОСЛЕДНИЙ ИЗ МОГИКАН

Казарос Казарян

(опубликовано в испанской "La Gaceta" в 1999 г.)

3 мая прошлого года исполнилось 70 лет со дня рождения Петра Лаврентьевича Ульянова, математика и учителя. Нелегко одновременно охватить и оценить все грани этой экстраординарной личности. Также нелегко писать об известном математике, стараясь не утомлять читателя, не заполнить страницы теоремами и формулами. Более того, думаю, что это невозможно.

Первым более или менее объективным подспорьем нам могут служить следующие источники: факты, моё восприятие П.Л. Ульянова и самые важные моменты его жизни, описанные им самим.

Для меня нет ничего проще включить в статью моё собственное впечатление, фрагменты некоторых наших бесед с Петром Лаврентьевичем и т.д., поскольку это наиболее близко для меня. Но с другой стороны, не думаю, что читателей "La Gaceta" будет интересовать только одноцветный или двухцветный портрет.

КОРНИ

Если бы было необходимо охарактеризовать П.Л. Ульянова одним словом, на мой взгляд, этим словом было бы слово "труд", а именно — тяжёлый труд крестьянина. В статью включены ряд воспоминаний самого П.Л. Ульянова, которые он редактировал по моей просьбе. В воспоминаниях каждого из нас остаются навсегда самые живые впечатления нашей жизни, так как будто речь идёт о фотографиях. Так я попросил П.Л. Ульянова описать некоторые подобные моменты его личной жизни. Он выслал мне две рукописные страницы, внимательно читая которые можно сделать вывод, что тяжёлый труд ему нравится, хотя в наше время это звучит несколько странно.

"До 17 лет я жил, в основном, в деревне Саратовской губернии. Начиная со своих 12 лет я каждое лето во время каникул работал в сельском хозяйстве, причем пошел работать по собственной инициативе. Очень тяжелая работа полоть просо, косить траву и делать саманы (большие кирпичи из смеси глины с соломой, которые применялись потом без обжига для строительства домов, сараев и т.п.). Очень нравилась работа на лошадях (сгребать солому, возить воду для людей и машин, доставлять ночью зерно в элеваторы и т.п.). Лошади очень понимают людей."

И ещё одна достаточно важная деталь: время и обстоятельства, в которых он жил, заставили его с ранних лет быть ответственным и независимым. Следующие строки могут послужить отправной точкой рассуждений на эту тему.

1933-й год, когда ему было 5 лет, на Поволжье, где в то время жила его семья, был годом страшного голода. "Голодала и наша семья. Я был свидетелем многих похорон. С тех пор я убежден, что голод - одно из первых несчастий людей."

1941-1945 гг. — это годы Великой Отечественной войны. "Почти вся Европа помогала Германии вести войну против СССР. Несмотря на разрушения, созданный войной голод и большие жертвы, большинство советского народа верило в победу, и я также в это верил. Эта вера привела гитлеризм и его сторонников к полному разгрому."

Рождённый в маленькой деревне, чтобы продолжать учёбу, уже с 14 лет он вынужден был уехать жить в соседнюю деревню, которая находилась в 23 километрах от его дома. В конце каждой недели, летом пешком, зимой — на лыжах, один шёл до-

мой, чтобы увидеться со своими родителями, взять продукты на следующую неделю. Это были голодные послевоенные годы. К счастью, война закончилась раньше, чем молодой Пётр окончил свою учёбу. Поскольку он был очень способным учеником, несмотря на трудные условия жизни, семья решила, что Пётр должен продолжать учёбу.

УЧЕБА

Кем хотел стать Ульянов? Свою мечту стать конструктором самолётов как-то раз он объяснил желанием создавать что-то реальное, что-то, что можно увидеть, потрогать, использовать. Возможно, эта его мечта также объясняется одной из популярных песен тех военных лет, которая звучит приблизительно так:

Первым делом, первым делом — самолёты!

Ну, а девушки? А девушки — потом.

Материальное положение его семьи не позволило ему ехать учиться дальше первого ближайшего города, которым являлся Саратов. Он выбрал факультет механики и математики Саратовского государственного университета, где преподают такие дисциплины как гидромеханика, теория упругости и др. Следуя совету своего преподавателя математического анализа, летом в конце первого года обучения в Университете Ульянов начинает самостоятельно изучать книгу "Математический анализ" в двух томах и принимает решение продолжать учёбу по специальности математика. Таким образом во время всех последующих летних каникул Ульянов продолжает специально изучать таких авторов, как Стеклов, Фихтенгольц, Трикоми, Натансон, Форд, Лузин, Александров, Ландау и другие. И необходимо отметить, что он это делал не в городской квартире со всеми удобствами, не отдыхая на пляжах, а в деревне, когда после работы в поле выпадало немного свободного времени.

Надо отметить, что в бывшем СССР в университетскую программу уже с третьего курса включается научная работа для лучших студентов, которую выполняют под руководством какого-нибудь преподавателя. Студенты, прошедшие отбор, заканчивали своё обучение защитой диплома. Естественно, Ульянов, как один из лучших, написал эту "курсовую работу". Его работа была посвящена теореме Каратеодори о конформном отображении, где он нашёл новое доказательство, более прозрачное. Уже в свои университетские годы, с присущей ему неутолимой жадностью к знаниям Ульянов показывает своё уникальное видение красоты в математике, что подтверждается законченным совершенством и простотой формулировок полученных им результатов. Будучи ещё студентом пятого курса, он осмелился улучшить постоянную в неравенстве Джексона.

$$E_n(f) \leq 12\omega\left(f, \frac{1}{n}\right),$$

где $E_n(f)$ — наименьшее отклонение функции $f \in C(0, 2\pi)$ от тригонометрическим полиномом степени не выше n , а $\omega(f, \cdot)$ — модуль непрерывности функции f . Он сумел доказать, что $E_n(f) \leq C\omega(f, 1/n)$, где $0 < C < 5$. До настоящего времени не известна лучшая постоянная для этого неравенства. В шестидесятые года Н.П. Корнейчук доказал следующее неулучшаемое неравенство:

$$E_n(f) \leq \omega\left(f, \frac{\pi}{n+1}\right).$$

Кажется курьезом факт получения лучшей постоянной с помощью $\omega(f, \pi/(n+1))$

и то, что, тем не менее, ещё не удалось определить лучшую постоянную, когда в правой части появляется $\omega(f, 1/n)$.

Решение П.Л. Ульянова продолжать свою учёбу в аспирантуре (это обучение в течении трёх лет с целью подготовки кандидатской диссертации на соискание степени кандидата физико-математических наук) Московского государственного университета было самым главным в его жизни. Он был принят аспирантом под руководством Н.К. Бари. Таким образом определился круг его научных интересов. Также для молодого Петра имел большое значение интерес, который он проявил к А.Н. Колмогорову. Самое удивительное то, что этот интерес был связан первоначально больше с его спортивными успехами, чем с его талантом как математика. Ульянов был спортсменом-лыжником, а лыжами увлекался также Колмогоров со своими учениками. По этой причине в первый раз Ульянов и получил приглашение на знаменитую дачу А.Н. Колмогорова и П.С. Александрова в Комаровке.

С тех пор связь с Колмогоровым сыграла определенную роль в формировании Ульянова как математика и как личности. В то же время необходимо сказать, что отношения между ними никогда не были официальными. Ульянов обычно говорил, что официальный руководитель должен быть руководителем курсовой работы, диплома или же диссертации. Колмогоров никогда не был его руководителем ни в одном из вышеперечисленных направлений.

В книге "Колмогоров в воспоминаниях" Ульянов написал статью "Влияние А.Н. Колмогорова на мою жизнь". Там он вспоминал случаи, когда Колмогоров прямо или косвенно упоминал его как своего ученика. Внимательный читатель может прийти к заключению, что Ульянов считает Колмогорова своим учителем, однако не говорит об этом ясно из-за того, что "официально" тот никогда им не был, поэтому своё мнение по данному вопросу высказывает нам словами самого Колмогорова. Его огромная благодарность Колмогорову связана также со следующим случаем.

"Окончив механико-математический факультет Саратовского университета, я с 1950 по 1953 год учился в аспирантуре Московского университета. В 1953 году, по настоянию крупнейшего математика Колмогорова я был оставлен работать в Московском университете. Это было для меня полной неожиданностью и большой радостью."

Необходимо сказать, что Ульянов характеризуется большим вниманием к отношениям "преподаватель-студент". В приведённой статье о Колмогорове он вспоминает один эпизод, связанный с Н.К. Бари, когда она ему предложила попробовать объединить теоремы Лузина и Меньшова в одну. Речь шла о возможности доказать, что для любой функции f , измеримой и конечной почти всюду на торе, существует такая непрерывная функция F , что $F' = f$ почти всюду и ряд Фурье функции F почленным дифференцированием превращается в ряд Фурье функции f . Во время одной из своих встреч с Колмогоровым Ульянов ему напомнил об этой проблеме. Позже, когда Бари узнала, что Колмогорову показалась очень интересной данная проблема, она сама её решила в течение короткого времени и сделала сообщение по этой теме на заседании Математического общества Москвы. Кстати, этот эпизод был неприятен Ульянову, но всякий раз, когда он говорил о Бари, вспоминал лишь положительные моменты.

Не думаю, что в жизни Ульянова произошло много подобных случаев. Мне кажется, что у него нет привычки ошибаться дважды в одном и том же вопросе. Меня всегда впечатляло его желание помочь молодым людям, каждый раз показывая им, к кому надо обратиться, чтобы разрешить тот или иной вопрос, что надо сказать и как

сказать, и т.д. Иногда я чувствовал, что он не всегда доволен мной, но никогда его чувства не влияли на объективность его оценки моих математических результатов.

В его отношениях со студентами часто можно было наблюдать его восхищение студентами, но это восхищение могло перейти в почти непроницаемую холодность, если студент не оправдывал его ожиданий. Давайте посмотрим, что он сам говорит об этом.

” Мне всегда нравилось учиться (в школе, в университете, в аспирантуре). Три года я был сталинским стипендиатом в университете, что полностью обеспечивало мое питание и проживание в общежитии. Мне казалось, что большинство людей уважают и поддерживают честных и работающих граждан. Во всяком случае, я всегда брал учиться студентов, аспирантов и докторантов лишь в том случае, если был уверен в их способности хорошо работать и тем самым был в них уверен. Как правило, это приводило к успеху, чему я радовался не меньше, чем мои ученики.”

Ульянов достиг своих первых серьёзных результатов под влиянием некоторых докладов Колмогорова по теме "Теория A -интеграла". Для определения A -интеграла вводится функция $[f(t)]_n$, которая совпадает с функцией f там, где $|f(t)| < n$, и равна 0 при $|f(t)| \geq n$. Если f — измеримая функция на интервале (a, b) , и существует предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b [f(t)]_n dt$$

то говорится, что f Q -интегрируема. Это определение дал Титчмарш в 1929 г. Колмогоров определил A -интеграл, равный верхнему пределу указанных интегралов при выполнении дополнительного условия $\lim_{n \rightarrow \infty} n\mu(\{t : |f(t)| > n\}) = 0$. Оказывается, что A -интеграл аддитивен. Это очень важное свойство, которым не обладает Q -интеграл.

Пусть область G комплексной плоскости ограничена достаточно гладким контуром γ , на котором задана суммируемая функция f . Тогда, как известно, функция

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(u)}{u - z} du \quad (z \in G)$$

аналитична в области G и имеет почти всюду на γ угловые предельные значения $F_i(u)$, причем функция F_i , вообще говоря, не совпадает с f . Функция $F_i(u)$ может оказаться не интегрируемой на γ в смысле Лебега. П.Л. Ульянов доказал, что всегда

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} (A) \int_{\gamma} \frac{F_i(u)}{u - z} du \quad (z \in G).$$

Этот результат является составной частью его второй диссертации, которую он защитил в 1960 г. Первую диссертацию он защитил в 1953 году. Его оппонентами были А.Н. Колмогоров и Д.Е. Меньшов.

МАТЕМАТИК И ГРАЖДАНИН

Если процесс получения первой научной степени в Советском Союзе более менее похож на то, что в США называется Докторской, то вторую степень можно сравнить с должностью на кафедре, с довольно значимой разницей: конкурс делился на различные области математики и охватывал всю страну. В течение многих лет Ульянов являлся экспертом Высшей аттестационной комиссии, которая присваивала степень доктора наук. Можно представить, с какими проблемами пришлось

столкнуться Ульянову, если добавим, что он не имел привычки прятаться за спинами других. Думаю, поэтому в его воспоминаниях можно найти столько проблем, не относящихся к чистой математике.

”12 апреля 1961 года впервые в мире Ю.А. Гагарин совершил космический полет на корабле ”Восток”. В это время я был в командировке в г. Свердловск, где совместно с С.Б. Стечкиным мы вели научную работу. Узнав об этом полете из сообщения по радио, я нечаянно сломал свои часы, которые в этот момент заводил. Многие из нас видели на семинарах в Московском университете М.В. Келдыша и С.П. Королева, но тогда мы не знали об их участии в подготовке космического полета. Следует сказать, что в то время занятия наукой и образованием в СССР были почетными. Наука и образование у нас находились на передовых позициях в мире.

По своей стране я много ездил по работе или же для отдыха, и каждый раз удивлялся ее необычайной красоте. Взять, например, поездки на пароходах по реке Волге, или же по знаменитому и самому глубокому озеру Байкал. Они оставили в моей душе неизгладимый след. По всей видимости, я истинный гражданин своей страны.”

Как уже сказал в начале этой статьи, не стану заполнять её страницы формулами и теоремами. Но напомним об одном результате, который доступен всем читателям. Начало истории довольно курьёзное. В 1927 году А.Н. Колмогоров в одной статье, написанной совместно с Меньшовым, сообщил о следующей теореме без доказательства.

Имеются такая последовательность $\{a_k\} \in l_2$ и перестановка $\{n_k\}$ натуральных чисел, что ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_{n_k} \cos n_k x$ расходится почти во всех точках.

Читатель волен думать что угодно о том, почему Колмогоров никогда не опубликовал доказательство. Даже можно интерпретировать это, как показатель его чувства юмора. В любом случае доказательства не было до 1960 года, когда З. Загорский опубликовал схему доказательства этого результата. Ульянов начал изучать эту же проблему для системы Хаара, ввиду того, что был убеждён, что эта система имеет значимую роль и во много раз более характерна для теории ортогональных рядов. Очень даже возможно, что полученные результаты удивили его самого: в случае системы Хаара можно получить неограниченную расходимость. С использованием известного метода Марцинкевича это приводит к следующему результату.

ТЕОРЕМА УЛЬЯНОВА. Для любого ортонормированного базиса $\{\varphi_n\}$ в L_2 найдется такая функция $f \in L_2$, что ее ряд Фурье $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \varphi_n$ расходится почти всюду после некоторой перестановки его членов. Аналогичный результат сохраняет силу и для суммируемости рядов произвольными методами Теплица.

За всю его длинную профессиональную жизнь у Ульянова было много учеников. Официальный список его учеников, получивших степень доктора наук, больше 12, а получивших степень кандидата наук составляет 50 человек. Число математиков, которые формально не были его студентами, но фактически являлись его учениками, ещё больше. Перечень его публикаций — далеко за 200. В его работах проблемы сформулированы чётко, и всегда он достигает результатов, которые не нуждаются в улучшении. Работал он в различных сферах теории функций: А-интеграл и его применение, изучение различных свойств системы Хаара и рядов Хаара, тригонометрический ортогональный ряд, теоремы вложения классов функций, заданных модулями непрерывности, преобразование функций и т.д. В каждой из этих сфер он оставил свой неизгладимый след. Мне хотелось бы подчеркнуть также фурур, кото-

рый он произвёл своими статьями, особенно 60-х и 70-х годов. Много лет они были и, безусловно, будут источником мотивации и вдохновения для многих математиков.

Ещё одна деталь. Если не ошибаюсь, Е.М. Никишин, один из его блестящих студентов, в ответ на вопрос, может ли он назвать хотя бы одного математика, в чьих работах не было ошибки, сказал: "Да, Ульянов".

Эти немногие строки будут еще более неполными, если не упомянуть о "Большом семинаре", который проходил по пятницам вечером на 15 этаже главного здания университета им. Ломоносова. Основателем этого семинара был Н.Н. Лузин. Затем им руководили Д.Е. Меньшов и Н.К. Бари, позже — Д.Е. Меньшов и П.Л. Ульянов. Там до и после семинара многие математики могли обсуждать результаты и обмениваться мнениями. Иногда, чтобы поговорить с Ульяновым после семинара, я должен был ждать своей очереди до полуночи.

Читатель сможет лучше интерпретировать последнее цитирование воспоминаний Ульянова, если упомяну одно происшествие, о котором он сам мне рассказал. В начале 90-х годов он был награждён Государственной премией России. Премия была вручена президентом Ельциным, который подошёл к награждаемым раньше вручения премий. И что же сказал Ульянов президенту перед вручением не только престижной медали, но и также довольно значительной суммы денег? Выразил свою благодарность или нечто подобное? Нет. Начал описывать унижительное и невыносимое положение, в котором находятся почти сотни тысяч учёных и преподавателей страны.

"В последние 10 лет я потрясен распадом СССР и неясным положением России. Такая мощная держава становится страной типа колонии, где, например, мало поддерживают науку, образование и культуру. Всюду распространяется крайний национализм, а 30-50 лет тому назад об этом нельзя было даже думать. Боюсь даже представить, к чему приведут такие тенденции в будущем, ведь в нашей стране очень много национальностей."

Хотел бы поблагодарить Патрисио Сифуентес за его значительный вклад в улучшение этой статьи.

Казарос Казарян. Департамент Математики. Мадридский Автономный Университет.

Мадрид