

**Программа курса "Комплексный анализ"**  
**осень 2025/26 уч.г., отделение механики**  
**(лектор проф. П.А. Бородин)**

1. Свойства дробно-линейных отображений. Дробно-линейные автоморфизмы круга.
2. Основные элементарные функции, их максимальные области однолиственности. Обратные к ним функции. Примеры областей, в которых выделяются непрерывные ветви обратных функций.
3.  $\mathbb{R}$ -дифференцируемость и  $\mathbb{C}$ -дифференцируемость комплекснозначной функции, связь между ними. Условия Коши–Римана. Теорема Лумана–Меньшова (б/д). Голоморфные в области функции. Голоморфность в бесконечности. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформность в точке.
4. Определение интеграла по кривой в комплексной плоскости, независимость от параметризации кривой. Свойства интеграла. Три примера: интегралы от 1 и от  $z$  по произвольной спрямляемой кривой, интеграл от  $\frac{1}{z-a}$  по окружности с центром  $a$ .
5. Интегральная теорема Коши.
6. Существование первообразной у голоморфной функции в односвязной области. Интегральная теорема Коши для составного контура. Интегральная формула Коши.
7. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Разложение голоморфной в круге функции в ряд Тейлора.
8. Свойства степенных рядов, их голоморфность в круге сходимости. Неравенства Коши для коэффициентов.
9. Теорема Мореры. Условия на функцию, эквивалентные ее голоморфности в области.
10. Теорема Лиувилля. Теорема о среднем для голоморфных функций. Теорема единственности. Принцип максимума модуля и следствия из него.
11. Ряды Лорана, их область сходимости. Разложение функции, голоморфной в кольце, в ряд Лорана. Формулы для коэффициентов.
12. Изолированные особые точки однозначного характера, их классификация в терминах рядов Лорана. Теорема Римана об устранимой особой точке. Теорема Сохоцкого. Бесконечность как изолированная особая точка.
13. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Способы вычисления вычетов. Вычет в бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.
14. Лемма Жордана. Преобразование Фурье рациональных функций.
15. Теорема о логарифмическом вычете. Принцип аргумента. Теорема Руше. Принцип сохранения области. Многочлены Чебышева для круга.
16. Пространство голоморфных в области функций, сходимость в нем. Теорема Вейерштрасса о сходимости. Метризуемость сходимости внутри области. Ненормируемость сходимости внутри области.
17. Пример функции, голоморфной в окрестности компакта и не приближаемой многочленами на этом компакте. Теоремы Рунге (идеи доказательства).