

Программа курса "Комплексный анализ"
весна 2023/24 уч.г., отделение механики
(лектор проф. П.А. Бородин)

1. Теорема о логарифмическом вычете. Принцип аргумента. Теорема Руше. Принцип сохранения области. Многочлены Чебышева для круга.
2. Пример функции, голоморфной в заданной области и не продолжаемой аналитически ни в какую точку вне этой области.
3. Аналитическое продолжение гамма-функции Эйлера.
4. Принцип симметрии Римана-Шварца.
5. Непосредственное аналитическое продолжение элементов и его свойства. Аналитическое продолжение по цепочке и вдоль пути. Свойства продолжения вдоль пути.
6. Теорема о продолжении по гомотопным путям. Теорема о монодромии. Извлечение корня и взятие логарифма от функций, голоморфных в односвязной области и не обращающихся там в нуль.
7. Аналитические функции. Теорема Пуанкаре–Вольтерра. Операции над аналитическими функциями. Сужение на односвязную область.
8. Изолированные особые точки аналитических функций. Ряд Пуансо. Понятие о римановой поверхности аналитической функции.
9. Локальное обращение голоморфных функций. Формула обращения. Ряд Бюрмана–Лагранжа. Обратная функция как “связный” набор элементов. Порядок ветвления обратной функции в образе критической точки.
10. Теорема об общем виде алгебраической функции.
11. Лемма Шварца. Конформные автоморфизмы круга, комплексной плоскости и расширенной комплексной плоскости. Теорема Гурвица.
12. Принцип компактности Монделя.
13. Теорема Римана. Конформная классификация односвязных областей. Теорема Каратеодори (без доказательства). Принцип соответствия границ (без доказательства).
14. Теорема Кристоффеля-Шварца об общем виде конформного отображения круга на многоугольник.
15. Модулярная функция Шварца. Малая теорема Пикара. Следствие для мероморфных функций. Большая теорема Пикара (без доказательства).
16. Гармонические функции двух переменных: связь с голоморфными функциями, бесконечная дифференцируемость, теорема о среднем, принцип экстремума, теорема единственности, теорема Лиувилля.
17. Задача Дирихле: единственность для ограниченных жордановых областей, сведение к случаю круга.
18. Интеграл Пуассона. Решение задачи Дирихле в круге. Формула Шварца.
19. Преобразование Лапласа. Простейшие свойства изображения и оригинала.
20. Формула обращения преобразования Лапласа. Теорема Бореля.
21. Применение преобразования Лапласа к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Формула Дюамеля.
22. Плоско-параллельное обтекание контура идеальной несжимаемой жидкостью. Формулы Чаплыгина и Жуковского для подъемной силы.
23. Комплексный потенциал при заданных циркуляции и скорости на бесконечности. Обтекание кругового цилиндра.