

## Программа курса "Теория функций комплексного переменного"

(математики 1-й поток, 6-й семестр, весна 2024 года).

**В.К. Белошапка**

1. Комплексная теорема о неявной функции. Дискриминант многочлена. Решение полиномиального уравнения  $P(z,w)=0$  как аналитическая функция.
2. Два определения алгебраической функции и их эквивалентность.
3. Построение модулярной функции, малая теорема Пикара.
4. Эллиптический синус: построение и его свойства. Функция, обратная к эллиптическому синусу.
5. Одномерные комплексные многообразия: примеры, голоморфные и мероморфные функции, конформные отображения.
6. Риманова поверхность полной аналитической функции: примеры, общая конструкция. Нормализация римановой поверхности в окрестности точки ветвления.
7. Риманова поверхность алгебраической функции, ее род. Формула Римана-Гурвица.
8. Анализ на одномерных комплексных многообразиях. Интегрирование 1-форм, интегральная теорема Коши, теорема о вычетах. Дивизоры мероморфных функций и форм, степень дивизора.
9. Кривые в  $S^2$  и в  $CP^2$ , особые точки. Род неособой кривой.
10. Сходимость рядов функций, мероморфных в области. Теорема Миттаг-Леффлера. Разложение  $\operatorname{ctg}(z)$  в сумму рациональных.
11. Сходимость бесконечных произведений функций, голоморфных в области, теорема Вейерштрасса. Разложение  $\sin(z)$  в бесконечное произведение.
12. Порядок роста целой функции, теорема Адамара (формулировка). Теорема Фрагмена-Линделефа.
13. Строение группы периодов мероморфной функции. Эллиптические функции, определение и свойства.
14. Построение «пе»-функции Вейерштрасса.
15. Два способа получения дифференциального уравнения на «пе»-функцию. Соотношения между критическими значениями  $(e_1, e_2, e_3)$  и параметрами  $(g_2, g_3)$ .
16. Функции многих переменных: от уравнений Коши-Римана к кратной интегральной формуле Коши.
17. Степенные ряды от нескольких переменных: лемма Абеля, область сходимости, сопряженные радиусы сходимости, логарифмическая выпуклость области сходимости.
18. Функции многих переменных: от интегральной формулы Коши к разложению в степенной ряд. Неравенства Коши.
19. Функции многих переменных: от разложения в степенной ряд к условиям Коши-Римана.
20. Голоморфные функции нескольких переменных: три эквивалентные формулировки. Свойства: теорема единственности, принцип максимума модуля, принцип открытости. Сходимость голоморфных функций.
21. Интегрирование: теорема Коши-Пуанкаре. Аналог теоремы Мореры.
22. Области голоморфности. Области голоморфности в одном переменном. Пример области в двумерном пространстве, не являющейся областью голоморфности.
23. Биголоморфные отображения. Области ограниченного вида, полупространство как контрпример. Теорема А.Картана.

Зав. кафедрой ТФФА,

акад. РАН, профессор Б.С.Кашин

Лектор,

профессор В.К.Белошапка