

Программа курса "Теория функций комплексного переменного"

(математики 1-й поток, 5-й семестр, осень 2023 года).

В.К. Белошапка

1. Связь между C -дифференцируемостью и R -дифференцируемостью. Комплексные теоремы о неявной и обратной функциях.
2. Конформность линейного отображения, конформность в точке, связь с C -дифференцируемостью, конформное отображение области. Длины и площади при конформном отображении.
3. Группы конформных автоморфизмов сферы и плоскости, лемма Шварца, автоморфизмы круга, попарная неэквивалентность этих трех областей.
4. Интеграл по кривой, его свойства. Первообразная и формула Ньютона-Лейбница. Критерий существования первообразной в произвольной области.
5. Лемма Гурса, теорема о существовании первообразной, интегральная теорема Коши для односвязной области.
6. Интегральная теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши.
7. Теорема о разложении в ряд Тейлора, неравенства Коши, теорема Лиувилля.
8. Теорема о C -дифференцировании степенных рядов. Цепочка из четырех эквивалентных определений голоморфной функции, теорема Мореры.
9. Свойства голоморфных функций: бесконечная дифференцируемость, теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем.
10. Сходимость в пространстве функций, голоморфных в области; теорема Вейерштрасса.
11. Принцип компактности.
12. Ряды Лорана: кольцо сходимости, теорема о разложении функции, голоморфной в кольце, единственность, неравенства Коши.
13. Изолированные особые точки: теорема о классификации, теорема Сохоцкого.
14. Теорема о вычетах, вычисление вычетов в полюсах. Порядок функции в точке, связь порядка с логарифмическим вычетом.
15. Принцип аргумента и теорема Руше.
16. Принцип открытости, критерий локальной однолиственности, теорема Гурвица о пределе однолистных функций.
17. Аналитическое продолжение элемента по цепочке, аналитическое продолжение ростка вдоль пути, связь между продолжением вдоль кривой и продолжением по цепочке.
18. Единственность продолжения вдоль пути, теорема о продолжении по гомотопным путям.
19. Полная аналитическая функция, теорема Пуанкаре-Вольтерра, функция, аналитическая в области (ветвь), изолированная особая точка ветви.
20. Особые точки логарифма и корня функции, мероморфной в области.
21. Разложение в ряд Пуанкаре, интегрирование и дифференцирование многозначных функций. Первообразная голоморфной функции в не односвязной области, критерий однозначности.
22. Теорема Римана о конформном отображении. Способы однозначного выбора конформного отображения на круг.
23. Гармонические функции двух переменных, их связь с голоморфными. Основные свойства: теорема о среднем, бесконечная дифференцируемость, теорема единственности, принцип максимума.
24. Описание плоского стационарного течения жидкости. Комплексный потенциал. Примеры: источник, вихрь, диполь. Физическое «доказательство» теоремы Римана.
25. Теорема Каратеодори о соответствии границ. Достижимые граничные точки. «Обратная» теорема о соответствии границ.
26. Лемма о склейке голоморфных функций, принцип симметрии.
27. Две теоремы Рунге: приближения рациональными функциями и полиномами.

Зав. кафедрой ТФФА,
акад. РАН, профессор Б.С.Кашин

Лектор,
профессор В.К.Белошапка