

**Весенний семестр 2022 года,
курс «Теория функций комплексного переменного»
В.К.Белошапка, программа**

1 Многозначные функции: [1],[3]

- элемент, аналитическое продолжение по цепочке;
- росток функции, аналитическое продолжение ростка вдоль пути;
- связь между продолжением вдоль кривой и продолжением по цепочке;
- единственность продолжения вдоль пути, теорема о монодромии;
- продолжение производной и интеграла, первообразная голоморфной функции в не односвязной области, критерий однозначности;
- полная аналитическая функция (ПАФ), теорема Пуанкаре-Вольтерра, функция аналитическая в области (ветвь), число ее значений;
- конструкция римановой поверхности ПАФ, риманова поверхность ветви, накрытие, поднятие кривой на накрытие.
- изолированная особая точка (точка ветвления), разложение в ряд Льюиса, алгебраическая особая точка, нормализация римановой поверхности в окрестности точки ветвления,
- особые точки логарифма и корня функции, мероморфной в области.

2 Голоморфные функции нескольких переменных: [2]

- кратные степенные ряды (лемма Абеля, область сходимости, полидисковая сходимости), логарифмическая выпуклость;
- цепочка эквивалентных определений: (комплексный дифференциал, кратная формула Коши; представление суммой ряда, комплексный дифференциал), неравенства Коши;
- интегрирование в \mathbb{C}^n , многомерная версия интегральной теоремы Коши (Коши-Пуанкаре) и теорема Мореры,
- свойства голоморфных функций (теорема единственности, принцип максимума, принцип открытости, принцип компактности),
- области голоморфности, использование логарифмической выпуклости для голоморфного продолжения,
 - техника голоморфного продолжения с помощью аналитических дисков (принцип непрерывности), примеры;
 - биголоморфные отображения, теорема А.Картана.

3 Комплексный анализ на многообразии: [2], [3]

- определение комплексного многообразия, сфера и тор как одномерные комплексные многообразия, $\mathbb{C}P^n$ как n -мерное многообразие, голоморфность функции на многообразии, свойства (теорема единственности, принцип максимума), голоморфная функция на компактном многообразии – постоянна;
- изолированные особые точки голоморфной функции на одномерном многообразии, независимость порядка функции от карты, мероморфность, голоморфные 1-формы, теорема о вычетах.

4 Римановы поверхности и алгебраические функции: [3], [4],

- два определения алгебраической функции, их эквивалентность;
- компактность римановой поверхности алгебраической функции, ее род, формула Римана-Гурвица;
- замыкание плоской алгебраической кривой в $\mathbb{C}P^2$, особые точки.

5 Гармонические функции двух переменных и гидродинамика: [1], [3]

- связь гармонических функций двух переменных и голоморфных функций;
- свойства гармонических функций (теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем);
- интегральное представление Пуассона и задача Дирихле;
- многозначные гармонические функции, их связь с аналитическими;
- изолированные особые точки, теорема Харнака;
- модель стационарного течения, комплексный потенциал и его особые точки (источник и сток, вихрь, диполь).

6 Представления голоморфных функций рядами и произведениями: [1], [3], [5]

- сходимости рядов мероморфных функций, теорема Миттаг-Леффлера и метод Коши;
- сходимости бесконечных произведений голоморфных функций, теорема Вейерштрасса о построении в области голоморфной функции с заданным множеством нулей, ее следствия.

7 Эллиптические функции: [1], [3], [4]

- строение группы периодов мероморфной функции;
- определение и свойства эллиптических функций;
- построение и свойства «пе»-функции Вейерштрасса;
- эллиптический синус Якоби;
- модулярная функция и теорема Пикара.

Литература:

- 7.1 Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.1, «Наука» 1976.
- 7.2 Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.2, «Наука» 1985.
- 7.3 А.Гурвиц, Р.Курант, Теория функций, «Наука» 1968.
- 7.4 В.В.Прасолов, Ю.П.Соловьев, Эллиптические и алгебраические функции. М. Факториал, 1997.
- 7.5 Ю.В.Сидоров, М.В.Федорюк, М.И.Шабунин, Лекции по ТФКП, «Наука» 1989.

Зав.кафедрой теории функций и
функционального анализа
акад.РАН, проф.

/Б.С.Кашин/

Лектор, проф.

/В.К.Белошапка/