

Программа курса "Комплексный анализ"
весна 2020/21 уч.г., отделение механики
(лектор проф. П.А. Бородин)

1. Пример функции, голоморфной в заданной области и не продолжаемой аналитически ни в какую точку вне этой области.
2. Аналитическое продолжение гамма-функции Эйлера.
3. Принцип симметрии Римана-Шварца.
4. Непосредственное аналитическое продолжение элементов и его свойства. Аналитическое продолжение по цепочке и вдоль пути. Свойства продолжения вдоль пути.
5. Теорема о продолжении по гомотопным путям. Теорема о монодромии. Извлечение корня и взятие логарифма от функций, голоморфных в односвязной области и не обращающихся там в нуль.
6. Полные аналитические функции. Теорема Пуанкаре-Вольтерра. Операции над аналитическими функциями. Сужение на односвязную область.
7. Изолированные особые точки аналитических функций. Ряд Пуизо. Понятие о римановой поверхности аналитической функции.
8. Локальное обращение голоморфных функций. Формула обращения. Ряд Бюрмана-Лагранжа. Обратная функция как "связный" набор элементов. Порядок ветвления обратной функции в образе критической точки.
9. Теорема об общем виде алгебраической функции.
10. Лемма Шварца. Конформные автоморфизмы круга, комплексной плоскости и расширенной комплексной плоскости. Теорема Гурвица.
11. Принцип компактности Монтеля.
12. Теорема Римана. Конформная классификация односвязных областей. Теорема Каратеодори (без доказательства). Принцип соответствия границ (без доказательства).
13. Теорема Кристоффеля-Шварца об общем виде конформного отображения круга на многоугольник.
14. Модулярная функция Шварца. Малая теорема Пикара. Следствие для мероморфных функций. Большая теорема Пикара (без доказательства).
15. Гармонические функции двух переменных: связь с голоморфными функциями, бесконечная дифференцируемость, теорема о среднем, принцип экстремума, теорема единственности, теорема Лиувилля.
16. Задача Дирихле: единственность для ограниченных жордановых областей, сведение к случаю круга.
17. Интеграл Пуассона. Решение задачи Дирихле в круге. Формула Шварца.
18. Преобразование Лапласа. Простейшие свойства изображения и оригинала.
19. Формула обращения преобразования Лапласа. Теорема Бореля.
20. Применение преобразования Лапласа к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Формула Дюамеля.
21. Плоско-параллельное обтекание контура идеальной несжимаемой жидкостью. Формулы Чаплыгина и Жуковского для подъемной силы.
22. Комплексный потенциал при заданных циркуляции и скорости на бесконечности. Обтекание кругового цилиндра.