

Программа курса

«Теория функций комплексного переменного»

(II поток, 6 семестр 2020/2021 уч.г., лектор А.В.Домрин)

1. Определение и примеры аналитического продолжения (сумма геометрической прогрессии, теорема Римана об устранимой особенности, логарифм).
2. Теорема о голоморфной зависимости интеграла от параметра.
3. Аналитическое продолжение гамма-функции.
4. Формула дополнения для гамма-функции.
5. Аналитическое продолжение дзета-функции Римана.
6. Формула Эйлера. Тривиальные нули дзета-функции и ее значения в 0 и -1 .
- 7*. Эвристический вывод асимптотического закона распределения простых чисел из гипотезы Римана.
8. Непосредственное аналитическое продолжение. Пример его нетранзитивности. Свойство Вейерштрасса и свойство треугольника.
9. Аналитическое продолжение элементов. Полная аналитическая функция.
10. Аналитическое продолжение вдоль пути. Единственность. Оценка радиуса.
11. Эквивалентность понятий аналитического продолжения элементов и продолжения вдоль пути.
12. Определение аналитической функции в области. Понятие числа листов. Описание аналитических функций с числом листов 1.
13. Описание полных аналитических функций $\sqrt[n]{z}$ и $\ln z$.
14. Действия над аналитическими функциями (арифметические операции, композиция, сужение на подобласть). Понятие ветви.
15. Теорема о продолжении вдоль гомотопных путей. Следствия об аналитических функциях в односвязных областях и о сужении аналитической функции на односвязную подобласть.
16. Следствие о продолжении вдоль ломаных. Теорема Пуанкаре–Вольтерра.
17. Теорема о монодромии. Лемма о корнях и логарифмах.
18. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Лемма об особенностях корня из голоморфной функции.
19. Описание всех особых точек аналитической функции $\sqrt{1 + \sqrt{z}}$, включая ∞ .
20. Лемма о гомотопности путей в проколоте круге. Эквивалентное описание точек ветвления.
21. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Пулюзо. Примеры таких разложений во всех особых точках функции $\sqrt{1 + \sqrt{z}}$.
22. Определение алгебраической функции. Теорема о том, что любая алгебраическая функция удовлетворяет полиномиальному уравнению.
23. Теорема о том, что любое неприводимое полиномиальное уравнение задает алгебраическую функцию.
24. Лемма о стирании отрезка. Принцип симметрии.
25. Теорема Каратеодори о соответствии границ при конформном отображении. Примеры конформных отображений между областями, не продолжаемых до гомеоморфизма замыканий этих областей.
26. Непостоянная аналитическая функция на плоскости без двух точек со значениями в единичном круге. Необходимая бесконечнозначность такой функции.

27. Малая теорема Пикара. Описание всех пар целых функций, сумма кубов которых равна единице.
28. Формула Кристоффеля–Шварца.
29. Конформное отображение полуплоскости на прямоугольник.
30. Эллиптический синус: определение, глобальная мероморфность, двоякопериодичность, дифференциальное уравнение.
31. Определение и свойства эллиптических функций.
32. Определение и свойства \wp -функции Вейерштрасса.
33. Выражение любой эллиптической функции через \wp и \wp' .
34. Дифференциальное уравнение для \wp -функции (через e_1, e_2, e_3 и через g_2, g_3).
35. Алгебраическая теорема сложения для \wp -функции.
36. Теорема Вейерштрасса о функциях с алгебраической теоремой сложения.
- 37*. Функция Чебышева и переформулировки асимптотического закона распределения простых чисел.
38. Преобразование Лапласа и тауберова теорема.
39. Аналитическое продолжение преобразования Лапласа от модифицированной функции Чебышева.