

**Программа курса «ТФКП, часть II»,
1 поток, математики (6 сем., 2020/21 уч. год).**

1. Разложение гармонической функции в ряд по однородным гармоническим полиномам. Аналог теоремы Вейерштрасса для гармонических функций.
2. Метод Фурье и формула Пуассона для решения задачи Дирихле в круге.
3. Теорема о логарифмических вычетах. Принцип аргумента.
4. Теорема Руше. Принцип сохранения области и его следствие.
5. Конформность однолистных функций.
6. Критерии локальной однолистности и локальной обратимости.
7. Обратный принцип соответствия границ.
8. Принцип симметрии Римана-Шварца для конформных отображений.
9. Теорема Гурвица. Сходящиеся последовательности однолистных функций.
10. Равномерная ограниченность и равностепенная непрерывность семейства функций.
11. Предкомпактность и компактность семейства функций. Теорема Монтеля. Непрерывный функционал на компактном семействе функций.
12. Доказательство теоремы Римана о конформном отображении.
13. Лемма Кёбе и её следствие. Лемма Линделёфа.
14. Граничная теорема единственности и окончание доказательства теоремы Каратеодори для жордановых областей.
15. Следствия из теорем Римана и Каратеодори. Характеристика специальных областей в \mathbb{C} .
16. Гомотопные пути в области. Связь 1- и 2- гомотопности путей в области. Классы гомотопных замкнутых путей в $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.
17. Эквивалентные определения односвязной области в \mathbb{C} .
18. Элементы и их аналитическое продолжение. Аналитическое продолжение

вдоль пути и его свойства.

19. Единственность аналитического продолжения вдоль пути и его связь с продолжением по цепочке.
20. Аналитическое продолжение по близким путям и по путям гомотопии. Теорема о монодромии.
21. Аналитическое продолжение первообразной. Теорема об интегралах по гомотопным путям.
22. Голоморфная ветвь логарифма голоморфной функции в $\Gamma(1)$ -односвязной области. Эквивалентность односвязности и $\Gamma(1)$ -односвязности области.
23. Полная аналитическая функция (ПАФ) в смысле Вейерштрасса. Теорема Пуанкаре-Вольтерра. Аналитические ветви ПАФ и их голоморфные ветви.
24. Точки ветвления (аналитических ветвей) ПАФ, их классификация. Полное описание ПАФ на примерах $\text{Ln}(z)$ и z^p .
25. Полное описание ПАФ $\text{Arctg}(z)$ и $\text{Ж}^{-1}(z)$.
26. Полное описание ПАФ $\text{Arcsin}(z)$.
27. Аналитическое продолжение сложного элемента. Пример: ПАФ $\cos(\pi/(2+z^{1/3}))$.
28. Полное описание ПАФ $(1+z^{1/2})^{1/2}$.
29. Модулярная функция и её свойства.
30. Малые теоремы Пикара. Примеры.
31. Вычисление интегралов вида $\int_{[a,b]} (x-a)^p (b-x)^q R(x)dx$.

Лектор
д.ф.-м.н., профессор

П.В. ПАРАМОНОВ

Зав. кафедрой Теории функций
и функционального анализа,
академик РАН, профессор

Б.С. КАШИН