

Программа курса (комплексный анализ, 2-й поток, 6 семестр, 2020 год)

Савчук А.М.

1. Аналитическое продолжение. Примеры (продолжение ряда Тейлора, пример отсутствия продолжения)
2. Аналитическое продолжение. Примеры (гамма-функция, логарифм).
3. Элементы. Непосредственное аналитическое продолжение. Продолжение по цепочке. Продолжение по пути. Единственность продолжения по пути.
4. Продолжение по пути. Продолжение суммы, произведения, производной. Обращение пути, объединение путей. Примеры (продолжение вдоль пути логарифма и квадратного корня).
5. Примеры (продолжение вдоль пути голоморфной в области функции, логарифма, квадратного корня). Лемма о радиусе.
6. Эквивалентность аналитического продолжения по цепочке и вдоль пути.
7. Теорема об аналитическом продолжении по гомотопным путям.
8. Теорема о монодромии, продолжение в односвязной области. Голоморфность функций вида $\ln f(z)$ и $\sqrt[n]{f(z)}$ в односвязной области, если $f(z)$ не имеет нулей.
9. Определение полной аналитической функции. Примеры: корень и логарифм. Действия над аналитическими функциями.
10. Определение полной аналитической функции. Теорема о количестве канонических элементов в точке области. Выделение голоморфной ветви в области и распадение на голоморфные ветви. Пример $f(z) = \sqrt{1+\sqrt{z}}$.
11. Изолированные особые точки аналитической функции, их классификация. Теорема о корректности классификации. Примеры.
12. Риманова поверхность корня и логарифма. Риманова поверхность полной аналитической функции (не строго). Поверхность $\arctg z$ и $\arcsin z$.
13. Голоморфные одномерные комплексные многообразия. Неразветвленные накрытия. Лемма о поднятии путей.
14. Риманова поверхность полной аналитической функции. Теорема о голоморфности полной аналитической функции на своей римановой поверхности.
15. Теорема Римана о конформной изоморфности области единичному кругу.
16. Принцип соответствия границ.
17. Следствие из принципа соответствия границ (полуплоскость и ограниченная область). Теорема Каратеодори (обратный принцип соответствия границ).
18. Лемма о стирании отрезка.
19. Принцип симметрии.
20. Конформное отображение полуплоскости на прямоугольник.
21. Эллиптический синус.
22. Интеграл Кристоффеля-Шварца. Отображение полуплоскости на многоугольник.
23. Теорема о множестве периодов мероморфной в комплексной плоскости функции.
24. Эллиптические функции (определение и их свойства). Функция Вейерштрасса.
25. Модулярная функция. Обратная функция к модулярной.
26. Теорема Пикара (малая).
27. Определение и основные свойства гармонических функций.
28. Задача Дирихле для гармонических функций и интеграл Пуассона.
29. Группа Галуа многозначной функции. Разрешимость групп Галуа голоморфных функций, и многозначных функций, полученных сложением и умножением ПАФ.
30. Группа Галуа многозначной функции. Разрешимость групп Галуа функций вида $\sqrt[n]{F(z)}$, где $F(z)$ – ПАФ. Теорема Абеля о разрешимости уравнения n -ой степени в радикалах.