

Программа курса

«Теория функций комплексного переменного»

(I поток, 6 семестр 2019/20 уч.г., лектор А.В.Домрин)

1. Непосредственное аналитическое продолжение. Пример его нетранзитивности. Свойство Вейерштрасса и свойство треугольника.
2. Аналитическое продолжение вдоль пути. Единственность. Примеры существования и несуществования.
3. Эквивалентность аналитического продолжения по цепочке и вдоль пути. Определение полной аналитической функции. Примеры.
4. Теорема о продолжении вдоль гомотопных путей. Следствие о продолжении вдоль ломаных. Теорема Пуанкаре–Вольтерра.
5. Определение аналитической функции в области. Понятие числа листов. Аналитические функции с числом листов 1. Аналитические функции \sqrt{z} и $\ln z$.
6. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Эквивалентное описание точек ветвления. Ряды Пуансо.
7. Особенности $\sqrt{f(z)}$ в нулях и полюсах функции $f(z)$. Описание всех особых точек аналитической функции $\sqrt{1 + \sqrt{z}}$, включая ∞ .
8. Одномерные комплексные многообразия и их голоморфные отображения.
9. Неразветвленные голоморфные накрытия. Поднятие аналитической функции на накрытие до однозначной функции.
10. Определение и свойства римановой поверхности аналитической функции. Классическое изображение римановой поверхности \sqrt{z} .
11. Определение односвязной области. Примеры. Теорема о монодромии.
12. Понятие ветви аналитической функции. Пример АФ, допускающей выделение ветви, но не распадающейся на ветви. Лемма о корнях, логарифмах и первообразных.
13. Формулировка теоремы Римана о конформном отображении. Начало ее доказательства (сведение к случаю ограниченной области).
14. Принцип компактности. Теорема Гурвица.
15. Окончание доказательства теоремы Римана. Следствия об односвязности.
16. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца.
17. Описание всех конформных отображений круга на себя. Условия единственности конформного отображения области на круг.
18. Теорема Каратеодори о соответствии границ при конформном отображении.
19. Конформные отображения колец.
20. Построение непостоянной ограниченной аналитической функции на плоскости без двух точек. Малая теорема Пикара.
21. Определение гармонических функций. Их связь с голоморфными.
22. Свойства гармонических функций. Формула Пуассона.
23. Голоморфная зависимость интеграла от параметра. Существование и единственность решения задачи Дирихле в круге и в односвязной области.
24. Формула Шварца. Обобщение неравенств Коши и теоремы Лиувилля.
25. Теорема Адамара о целых функциях конечного порядка без нулей. Следствия о разрешимости трансцендентных уравнений.
26. Определение и свойства модулярной функции. Большая теорема Пикара.