

Программа курса «ТФКП» 5 семестр, 2019 год, 2 поток.

Лектор д.ф.-м.н. А.М.Савчук

1. Комплексные числа. Полярное представление. Предел последовательности. Число e . Пути и кривые. Области. Связность и линейная связность.
2. Стереографическая проекция, сферическая метрика (формулы). Компактность расширенной комплексной плоскости. Эквивалентность двух метрик для ограниченных областей.
3. Дробно-линейные функции. Свойства дробно-линейных отображений (групповое, круговое, симметрия, трех точек).
4. Дробно-линейные изоморфизмы областей (расширенная плоскость, плоскость, круг, полуплоскость).
5. Дифференцируемость функций комплексного переменного (R -дифференцируемость, C -дифференцируемость, условия Коши—Римана).
6. Производная по направлению. Геометрический смысл производной. Дифференциал.
7. Конформные отображения. Конформность в бесконечности. Конформность элементарных функций (ДЛО, степенные и тригонометрические функции, экспонента).
8. Интеграл по кривой. Свойства интеграла вдоль пути (интеграл не зависит от параметризации, линейен, суммируется при объединении путей, оценка интеграла). Вычисление интеграла от целых степеней.
9. Лемма Гурса. Существование первообразной голоморфной функции в круге. Единственность первообразной.
10. Первообразная голоморфной функции вдоль пути. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Теорема Коши о гомотопных путях (теорема о монодромии). Существование первообразной голоморфной функции в односвязной области.
12. Интегральная формула Коши (для окружности). Теорема о среднем. Интегральная формула Коши для производных. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций.
13. Множество точек сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара, теорема Абеля. Примеры.
14. Разложение голоморфной функции в ряд Тейлора. Коэффициенты ряда Тейлора.
15. Теорема Мореры. Голоморфность суммы степенного ряда в круге сходимости. Единственность ряда Тейлора. Три эквивалентных определения голоморфной функции.
16. Нули голоморфных функций. Порядок нуля. Теорема единственности.
17. Разложение в ряд Лорана. Множество точек сходимости степенного ряда по целым степеням. Голоморфность суммы степенного ряда в кольце сходимости.
18. Изолированные особые точки однозначного характера. Описание устранимых особых точек.
19. Описание полюсов и существенно особых точек при помощи ряда Лорана. Порядок полюса. Теорема Сохоцкого.
20. Ряд Лорана в окрестности бесконечности. Бесконечность как особая точка. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Целые и мероморфные функции с полюсом на бесконечности.
21. Теорема Коши об интеграле по границе области. Теорема Коши для многосвязной области (без строгого доказательства, но с подробной схемой доказательства).
22. Вычеты (определение и формулы подсчета). Теорема Коши о вычетах. Теорема о полной сумме вычетов.
23. Лемма Жордана. Интегрирование рациональных дробей. Преобразование Фурье рациональных дробей.
24. Принцип аргумента (обе версии). Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
25. Принцип сохранения области. Теорема об обратной функции.
26. Критерий локальной однолиственности. Принцип максимума модуля (обе версии). Лемма Шварца.
27. Автоморфизмы основных областей (расширенная плоскость, плоскость, круг). Неизоморфность основных областей.
28. Пространство голоморфных функций. Теорема Вейерштрасса. Полнота пространства голоморфных функций.
29. Плотность множества многочленов в пространстве голоморфных в круге функций. Теорема Рунге об аппроксимации (без доказательства). Теорема Гурвица и следствие из нее.
30. Связь локальной равномерной ограниченности и локальной равномерной непрерывности семейства голоморфных функций. Линейные непрерывные функционалы на пространстве голоморфных функций.
31. Принцип компактности Монтеля.

Лектор, доцент
Зав. каф. ТФФА, академик

А.М.Савчук
Б.С.Кашин