

Программа экзамена по комплексному анализу
Вечернее отделение, 6 семестр, 2017–2018 гг.

1. Логарифмический вычет, теорема о логарифмических вычетах. Принцип аргумента. Теорема Руше.
2. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолиственности голоморфной функции.
3. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Описание конформных автоморфизмов расширенной комплексной плоскости, комплексной плоскости и единичного круга.
4. Пространство функций, голоморфных в области. Сходимость в этом пространстве. Ее ненормируемость. Теорема Вейерштрасса.
5. Теорема Гурвица о нулях. Следствие о нулях сходящейся равномерно внутри области последовательности однолистных функций.
6. Теорема о локальной равностепенной непрерывности локально равномерно ограниченного семейства голоморфных функций. Теорема Монтеля. Свойства непрерывных функционалов на пространстве голоморфных функций.
7. Существование голоморфных ветвей логарифма не обращающейся в нуль голоморфной функции в односвязной области и голоморфных ветвей корней из такой функции. Теорема Римана о конформном отображении. Три класса конформной эквивалентности односвязных областей.
8. Принцип симметрии Римана–Шварца («сильный» и «слабый» варианты).
9. Аналитическое продолжение (по Вейерштрассу). Элементы, канонические элементы, непосредственное продолжение, продолжение по цепочке и по пути, связь продолжений по цепочке и по пути. Теорема о продолжении по гомотопным путям. Теорема о монодромии.
10. Аналитические функции в области. Понятие числа листов аналитической функции в области. Действия над аналитическими функциями.
11. Изолированные особые точки аналитических функций, их классификация. Ряды Пуанкаре. Локальное обращение голоморфной функции в окрестности критической точки.
12. Первообразная голоморфной функции в односвязной области как аналитическая функция.
13. Гармонические функции двух переменных. Связь голоморфных и гармонических функций. Свойства гармонических функций.
14. Задача Дирихле для уравнения Лапласа, единственность ее решения. Формула Пуассона для решения задачи Дирихле в круге. Разрешимость задачи Дирихле в жордановой области. Гармоничность в области функции, для которой справедлива теорема о среднем по кругу.
15. Аналитическое продолжение Γ -функции Эйлера.