

**Весенний семестр 2018 года,  
курс «Теория функций комплексного переменного»,**

**лектор – Белошапка, вопросы** (один билет — один вопрос).

1. Аналитическое продолжение: элемента по цепочке и ростка вдоль пути, связь между продолжением вдоль кривой и продолжением по цепочке.
2. Единственность продолжения вдоль пути, теорема о монодромии.
3. Продолжение производной и интеграла, первообразная голоморфной функции в односвязной области, критерий однозначности.
4. Особые точки логарифма и корня функции, мероморфной в области.
5. Полная аналитическая функция (ПАФ), теорема Пуанкаре-Вольтерра, функция аналитическая в области (ветвь), число ее значений.
6. Изолированная особая точка (точка ветвления), разложение в ряд Пуанкаре, алгебраическая особая точка, нормализация соответствующей ветви римановой поверхности.
7. Конструкция римановой поверхности ПАФ, риманова поверхность ветви, накрытие, поднятие кривой на накрытие.
8. Кратные степенные ряды: лемма Абеля, область сходимости, полидиск сходимости.
9. Логарифмическая выпуклость области сходимости кратного степенного ряда.
10. Три эквивалентных определения голоморфной функции нескольких переменных: комплексный дифференциал, кратная формула Коши, представление суммой ряда.
11. Интегрирование: многомерная интегральная теорема Коши, многомерная теорема Мореры.
12. Свойства голоморфных функций: теорема единственности (две формулировки), принцип максимума, принцип открытости, неравенства Коши, теорема Лиувилля).
13. Определение области голоморфности, области голоморфности в одномерном случае. Использование логарифмической выпуклости для голоморфного продолжения, примеры.
14. Голоморфное продолжение с помощью аналитических дисков (принцип непрерывности), примеры.
15. Биголоморфные отображения, пример области неограниченного вида, теорема А.Картана об автоморфизмах.
16. Определение комплексного многообразия, сфера и тор как одномерные комплексные многообразия,  $\mathbb{C}P^n$  как  $n$ -мерное многообразие, голоморфность функции на многообразии, свойства (теорема единственности, принцип максимума), голоморфная функция на компактном многообразии – постоянна.

17. Изолированные особые точки голоморфной функции на одномерном многообразии, независимость порядка функции от карты, мероморфность, голоморфные 1-формы, теорема о вычетах.
18. Два определения алгебраической функции, их эквивалентность.
19. Свойства римановой поверхности алгебраической функции (ориентируемость, компактность) ее род, формула Римана-Гурвица.
20. Замыкание плоской алгебраической кривой в  $\mathbb{C}P^2$ , особые точки кривой, условие на многочлены, задающие особые кривые.
21. Связь гармонических функций двух переменных и голоморфных функций.
22. Свойства гармонических функций: теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем, теорема Лиувилля, инвариантность относительно голоморфных преобразований.
23. Интегральное представление Пуассона и задача Дирихле.
24. Многозначные гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного, изолированные особые точки гармонических функций, теорема Харнака об устранимой особой точке.
25. Модель стационарного течения, комплексный потенциал, потенциалы источника, стока, вихря и диполя.
26. Сходимость рядов мероморфных функций. Теорема Миттаг-Леффлера. Метод Коши разложения мероморфных функций в сумму дробей.
27. Сходимость бесконечных произведений голоморфных функций. Теорема Вейерштрасса о построении голоморфной в области функции с заданным множеством нулей, теорема об областях голоморфности в одномерном пространстве.
28. Строение группы периодов мероморфной функции, определение и свойства эллиптических функций. Построение «пе»-функции Вейерштрасса.
29. Свойства «пе»-функции Вейерштрасса, дифференциальное уравнение.
30. Эллиптический синус Якоби, построение и свойства.
31. Модулярная функция, малая теорема Пикара.

Зав.кафедрой Теории функций и

функционального анализа, акад.РАН, проф.

/Б.С.Кашин/

Лектор, проф.

/В.К.Белошапка/