

**Весенний семестр 2018 года,  
курс «Теория функций комплексного переменного»  
3 курс, 1 поток, лектор – проф. В.К.Белошапка, программа**

**1. Многозначные функции: [1],[3]**

- элемент, аналитическое продолжение по цепочке;
- росток функции, аналитическое продолжение ростка вдоль пути;
- связь между продолжением вдоль кривой и продолжением по цепочке;
- единственность продолжения вдоль пути, теорема о монодромии;
- продолжение производной и интеграла, первообразная голоморфной функции в неодносвязной области, критерий однозначности;
- полная аналитическая функция (ПАФ), теорема Пуанкаре-Вольтерра, функция аналитическая в области (ветвь), число ее значений;
- конструкция римановой поверхности ПАФ, риманова поверхность ветви, накрытие, поднятие кривой на накрытие.
- изолированная особая точка (точка ветвления), разложение в ряд Льюиса, алгебраическая особая точка, нормализация римановой поверхности в окрестности точки ветвления,
- особые точки логарифма и корня функции, мероморфной в области.

**2. Голоморфные функции нескольких переменных: [2]**

- кратные степенные ряды (лемма Абеля, область сходимости, полидиск сходимости), логарифмическая выпуклость;
- цепочка эквивалентных определений: (комплексный дифференциал, кратная формула Коши; представление суммой ряда, комплексный дифференциал), неравенства Коши;
- интегрирование в  $\mathbb{C}^n$ , многомерная версия интегральной теоремы Коши (Коши-Пуанкаре) и теорема Мореры,
- свойства голоморфных функций (теорема единственности, принцип максимума, принцип открытости, принцип компактности),
- области голоморфности, использование логарифмической выпуклости для голоморфного продолжения,
  - техника голоморфного продолжения с помощью аналитических дисков (принцип непрерывности), примеры;
  - биголоморфные отображения, теорема А.Картана.

**3. Комплексный анализ на многообразии: [2], [3]**

- определение комплексного многообразия, сфера и тор как одномерные комплексные многообразия,  $\mathbb{C}P^n$  как  $n$ -мерное многообразие, голоморфность функции на многообразии, свойства (теорема единственности, принцип максимума), голоморфная функция на компактном многообразии – постоянна;
- изолированные особые точки голоморфной функции на одномерном многообразии, независимость порядка функции от карты, мероморфность, голоморфные 1-формы, теорема о вычетах.

**4. Римановы поверхности и алгебраические функции: [3], [4],**

- два определения алгебраической функции, их эквивалентность;
- компактность римановой поверхности алгебраической функции, ее род, формула Римана-Гурвица;
- замыкание плоской алгебраической кривой в  $\mathbb{C}P^2$ , особые точки.

**5. Гармонические функции двух переменных и гидродинамика: [1], [3]**

- связь гармонических функций двух переменных и голоморфных функций;
- свойства гармонических функций (теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем);
- интегральное представление Пуассона и задача Дирихле;
- многозначные гармонические функции, их связь с аналитическими;
- изолированные особые точки, теорема Харнака;
- модель стационарного течения, комплексный потенциал и его особые точки (источник и сток, вихрь, диполь).

**6. Представления голоморфных функций рядами и произведениями: [1], [3], [5]**

- сходимости рядов мероморфных функций, теорема Миттаг-Леффлера и метод Коши;
- сходимости бесконечных произведений голоморфных функций, теорема Вейерштрасса о построении в области голоморфной функции с заданным множеством нулей, ее следствия.

**7. Эллиптические функции: [1], [3], [4]**

- строение группы периодов мероморфной функции;
- определение и свойства эллиптических функций;
- построение и свойства «пе»-функции Вейерштрасса;
- эллиптический синус Якоби;
- модулярная функция и теорема Пикара.

**Литература:**

- [1] Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.1, «Наука» 1976.
- [2] Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.2, «Наука» 1985.
- [3] А.Гурвиц, Р.Курант, Теория функций, «Наука» 1968.
- [4] В.В.Прасолов, Ю.П.Соловьев, Эллиптические и алгебраические функции. М.Факториал, 1997.
- [5] Ю.В.Сидоров, М.В.Федорюк, М.И.Шабунин, Лекции поТФКП, «Наука» 1989.

Зав.кафедрой теории функций и  
функционального анализа  
акад.РАН, проф.

/Б.С.Кашин/

Лектор, проф.

/В.К.Белошапка/