Программа курса "Комплексный анализ"
весна 2016/17 уч.г., отделение механики

1. Пример функции, голоморфной в заданной области и не продолжаемой аналитически ни в какую точку вне этой области.

2. Аналитическое продолжение гамма-функции Эйлера.

3. Принцип симметрии Римана-Шварца.

4. Непосредственное аналитическое продолжение элементов и его свойства. Аналитическое продолжение по цепочке и вдоль пути. Свойства продолжения вдоль пути.

5. Теорема о продолжении по гомотопным путям. Теорема о монодромии.

6. Полные аналитические функции. Теорема Пуанкаре-Вольтерра. Операции над аналитическими функциями. Сужение на односвязную область. Извлечение корня и взятие логарифма от функций, голоморфных в односвязной области и не обращающихся там в нуль.

7. Изолированные особые точки аналитических функций. Ряд Пюизо. Понятие о римановой поверхности аналитической функции.

8. Локальное обращение голоморфных функций. Формула обращения. Ряд Бюрмана–Лагранжа. Обратная функция как "связный" набор элементов. Порядок ветвления обратной функции в образе критической точки.

9. Теорема об общем виде алгебраической функции.

10. Лемма Шварца. Конформные автоморфизмы круга, комплексной плоскости и расширенной комплексной плоскости. Теорема Гурвица.

11. Принцип компактности Монтеля.

12. Теорема Римана. Конформная классификация односвязных областей. Теорема Каратеодори (без доказательства). Принцип соответствия границ (без доказательства).

13. Теорема Кристоффеля-Шварца об общем виде конформного отображения круга на многоугольник.

14. Модулярная функция Шварца. Малая теорема Пикара. Следствие для мероморфных функций. Большая теорема Пикара (без доказательства).

15. Гармонические функции двух переменных: связь с голоморфными функциями, бесконечная дифференцируемость, теорема о среднем, принцип экстремума, теорема единственности, теорема Лиувилля.

16. Задача Дирихле: единственность для ограниченных жордановых областей, сведение к случаю круга.

17. Интеграл Пуассона. Решение задачи Дирихле в круге. Формула Шварца.

18. Преобразование Лапласа. Простейшие свойства изображения и оригинала.

19. Формула обращения преобразования Лапласа. Теорема Бореля.

20. Применение преобразования Лапласа к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Формула Дюамеля.

Зав. кафедрой ТФФА
академик РАН, профессор Б.С. Кашин

Лектор, профессор П.А. Бородин