Программа курса “ ТФКП, часть I ”.
Мехмат, группы 301-306, 2016-17 уч. год.

1. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма. Возведение в степень и извлечение корней.
2. Топология в $\mathbb{C}$ и $\overline{\mathbb{C}}$. Связность и линейная связность. Компоненты связности открытых множеств в $\mathbb{C}$.
3. Пути и кривые в $\mathbb{C}$. Теорема Жордана (б/д). Односвязные области в $\mathbb{C}$. Компакт с границей, принадлежащей односвязной области.
4. Приращение (полярного) аргумента вдоль пути. Индекс пути относительно точки и его свойства. Индекс замкнутого жорданова пути.
5. Предел последовательности и функции. Непрерывность. Определение и свойства функции e^z. Логарифм и его основная ветвь.
6. Комплексная производная и её свойства. Производная обратной функции. Производные функций e^z, ln(z) и $z^p_{(o)}$.
7. $\mathbb{R}$- и $\mathbb{C}$- дифференцируемость. Условия Коши-Римана. Свойства частных производных. Производная по направлению.
8. Конформные отображения. Геометрический смысл комплексной производной. Голоморфные функции.
9. Группа дробно-линейных отображений (ДЛО). Конформность ДЛО.
10. Геометрические свойства ДЛО: круговое свойство, сохранение симметрии; ангармоническое отношение: свойство трёх точек.
11. Дробно-линейные автоморфизмы круга, полуплоскости, $\mathbb{C}$ и $\overline{\mathbb{C}}$.
12. Степенная функция. Функция Жуковского. Их основные (максимальные) области конформности.
13. Многозначные функции, их непрерывные и голоморфные ветви. Корень степени n и логарифм. Их основные голоморфные ветви и области конформности. Общая степенная и показательная функция.
14. Тригонометрические и гиперболические функции. Образы полосы $\{|\mathrm{Re}(z)| < \pi/2\}$ под действием функций $\sin(z)$ и $\mathrm{tg}(z)$. Обратные тригонометрические функции. Функции $\arcsin(z)$ и $\mathrm{arctg}(z)$.
15. Спрямляемые пути и кривые. Интеграл по комплексному переменному вдоль пути. Теорема существования интеграла от непрерывной функции вдоль спрямляемого пути.
16. Вычисление интеграла по комплексному переменному вдоль непрерывно-дифференцируемого пути.
17. Кривые. Интеграл по комплексному переменному вдоль кривой. Корректность его определения и основные свойства.
18. Лемма Гурса (теорема Коши для треугольников).
19. Теорема Коши для односвязной области.

20. Комплексная первообразная. Теорема о существовании первообразной в односвязной области. Формула Ньютона-Лейбница.
21. Интегральная теорема Коши для допустимых областей (б/д). Доказательство для простых областей. Обсуждение примеров.
22. Интегральная формула Коши для допустимой области.
23. Формула Коши для производных. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Теорема Морера.
24. Теоремы о среднем. Принцип максимума модуля. Основная теорема алгебры.
25. Равномерная сходимость внутри области. Теорема Вейерштрасса. Пространства $\mathcal{A}(D)$ и $\mathcal{A}^p(D)$.
26. Теорема Коши о разложении голоморфной функции в ряд Тейлора. Табличные разложения в ряд Маклорена.
27. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля.
28. Степенные ряды. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара.
29. Почленная дифференцируемость и интегрируемость степенных рядов. Единственность разложения в степенной ряд.
30. Теорема о нулях голоморфных функций. Теорема единственности.
31. Особые точки на границе круга сходимости степенного ряда.
32. Обобщенные степенные ряды. Кольцо сходимости. Единственность разложения функции в обобщенный степенной ряд.
33. Теорема Лорана. Неравенства Коши.
34. Изолированные особые точки голоморфных функций (однозначного характера). Их классификация в терминах рядов Лорана.
35. Теорема Сохоцкого.
36. Лемма Шварца. Дробно-линейность конформных изоморфизмов круговых областей.
37. Вычеты и их вычисление.
38. Теоремы Коши о вычетах и о полной сумме вычетов.
39. Некоторые типы определенных интегралов, вычисляемых с помощью вычетов.
40. Регулярные векторные поля на плоскости. Комплексный потенциал. Вычисление работы и потока через интеграл от производной комплексного потенциала.
41. Источник, вихрь, диполь. Их линии тока, потоки и циркуляции. Время прохождения замкнутых траекторий. Функция Шварца кривой.

Лектор:
д.ф.-м.н., профессор П.В. ПАРАМОНОВ

Зав. кафедрой Теории функций
и функционального анализа
академик РАН, профессор Б.С. КАШИН