

Программа экзамена по ТФКП
Вечернее отделение, 6 семестр, 2015–2016 гг.

1. Логарифмический вычет, теорема о логарифмических вычетах. Принцип аргумента. Теорема Руше.
2. Принцип сохранения области. Локальная обратимость голоморфной функции в окрестности образа некритической точки.
3. Обратный принцип соответствия границ (формулировка и схема доказательства). Теорема Каратеодори (формулировка).
4. Пространство функций, голоморфных в области. Полунормы и сходимости в этом пространстве. Его метризуемость и ненормируемость. Теорема Гурвица. Следствие о нулях сходящейся равномерно внутри области последовательности однолистных функций.
5. Теорема о локальной равностепенной непрерывности локально равномерно ограниченного семейства голоморфных функций. Теорема Монтеля. Свойства непрерывных функционалов на пространстве голоморфных функций.
6. Существование голоморфных ветвей логарифма не обращающейся в нуль голоморфной функции в односвязной области и голоморфных ветвей корней из такой функции. Теорема Римана о конформном отображении. Три класса конформной эквивалентности односвязных областей.
7. Принцип симметрии Римана-Шварца («сильный» и «слабый» варианты).
8. Аналитическое продолжение (по Вейерштрассу). Элементы, канонические элементы, непосредственное продолжение, продолжение по цепочке и по пути, связь продолжений по цепочке и по пути. Теорема о продолжении по гомотопным путям. Теорема о монодромии.
9. Аналитические функции в области. Понятие числа листов аналитической функции в области. Действия над аналитическими функциями.
10. Изолированные особые точки аналитических функций, их классификация. Ряды Пуансо.
11. Римановы поверхности. Голоморфные отображения римановых поверхностей. Неразветвленные голоморфные накрытия, теорема о поднятии путей.
12. Римановы поверхности аналитических функций.
13. Обращение голоморфной функции в окрестности образа критической точки.
14. Гармонические функции двух переменных. Связь голоморфных и гармонических функций. Свойства гармонических функций.
15. Задача Дирихле для уравнения Лапласа, единственность ее решения. Разрешимость задачи Дирихле в односвязной жордановой области. Формула Пуассона для решения задачи Дирихле в круге.
16. Теорема Миттаг-Леффлера о существовании мероморфной функции с заданными полюсами в $\overline{\mathbb{C}}$. Вариант теоремы Миттаг-Леффлера для областей.
17. Теорема Вейерштрасса о существовании целой функции с заданными нулями. Разложение целой функции в произведение по ее нулям.
18. Вариант теоремы Вейерштрасса для областей. Представление мероморфной функции в области в виде частного функций, голоморфных в этой области. Существование функций, голоморфных в области и не допускающих голоморфного продолжения в большую область. Интерполяционная теорема.