

## **Весенний семестр 2016 года, 2-й поток, программа курса ТФКП**

### **1. Голоморфные функции нескольких переменных: [2]**

- кратные степенные ряды ( лемма Абеля, область сходимости, полидиск сходимости), логарифмическая выпуклость;
- цепочка эквивалентных определений: (производная, кратная формула Коши; представление суммой ряда, производная), неравенства Коши;
- интегрирование в  $\mathbb{C}^n$ , многомерные версии интегральной теоремы Коши (Коши-Пуанкаре) и теорема Мореры,
- свойства голоморфных функций (теорема единственности, принцип максимума, принцип открытости, сходимости) ;
- области голоморфности, использование логарифмической выпуклости для голоморфного продолжения,
- техника голоморфного продолжения с помощью аналитических дисков (принцип непрерывности), примеры;
  - биголоморфные отображения, многомерная лемма Шварца, неэквивалентность шара и полидиска, теорема А.Картана.

### **2. Римановы поверхности и алгебраические функции: [3], [4],**

- ряды Пуанкаре, представление функции в окрестности точки ветвления, алгебраическая особая точка, нормализация римановой поверхности в окрестности точки ветвления;
- два определения алгебраической функции, их эквивалентность;
- род римановой поверхности алгебраической функции, формула Римана-Гурвица;
- замыкание плоской алгебраической кривой в  $\mathbb{C}P^2$ , формула рода;

### **3. Гармонические функции двух переменных и гидродинамика: [1], [3]**

- связь гармонических функций двух переменных и многозначных аналитических функций;
- свойства гармонических функций (теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем);
- изолированные особые точки, теорема Харнака;
- интегральное представление Пуассона и задача Дирихле;
- модель стационарного течения, комплексный потенциал и его особые точки (источник, сток, вихрь, диполь), физическое доказательство теоремы Римана.

### **4. Представления голоморфных функций рядами и произведениями: [1], [3], [5]**

- сходимость рядов мероморфных функций, теорема Миттаг-Леффлера и метод Коши;
- сходимость бесконечных произведений целых функций, теорема Вейерштрасса о построении в области голоморфной функции с заданным множеством нулей, ее следствия.

## 5. Эллиптические функции: [1], [3], [4]

- строение группы периодов мероморфной функции;
- определение и свойства эллиптических функций;
- построение «пе»-функции Вейерштрасса;
- свойства «пе»-функции Вейерштрасса;
- параметризация эллиптической кривой с помощью «пе»-функции, эллиптическая кривая как абелева группа,
- эллиптический синус;
- модулярная функция и теорема Пикара.

### Литература:

- [1] Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.1, «Наука» 1976.
- [2] Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.2, «Наука» 1985.
- [3] А.Гурвиц, Р.Курант, Теория функций, «Наука» 1968.
- [4] В.В.Прасолов, Ю.П.Соловьев, Эллиптические и алгебраические функции. М.Факториал, 1997.
- [5] Ю.В.Сидоров, М.В.Федорюк, М.И.Шабунин, Лекции поТФКП, «Наука» 1989.

Зав.кафедрой  
теории функций и  
функционального анализа  
акад.РАН, проф.

/Б.С.Кашин/

Лектор, проф.

/В.К.Белошадка/