

Программа курса. Комплексный анализ 5 семестр, поток механиков, 2015/16 год.

1. Комплексные числа. Полярное представление. Предел последовательности. Число e .
2. Пути и кривые. Области. Эквивалентность связности и линейной связности для открытого множества.
3. Стереографическая проекция, сферическая метрика (формулы). Компактность расширенной комплексной плоскости. Эквивалентность двух метрик для ограниченных областей.
4. Дробно—линейные функции. Свойства дробно—линейных отображений (групповое, круговое, симметрия, трех точек).
5. Дробно—линейные изоморфизмы областей (расширенная плоскость, плоскость, круг, полуплоскость).
6. Дифференцируемость функций комплексного переменного (R -дифференцируемость, C -дифференцируемость, условия Коши—Римана).
7. Производная по направлению. Геометрический смысл производной. Дифференциал.
8. Конформные отображения. Конформность в бесконечности. Конформность элементарных функций (ДЛО, степенные и тригонометрические функции, экспонента).
9. Интеграл по кривой. Свойства интеграла вдоль пути. Вычисление интеграла от целых степеней.
10. Лемма Гурса. Существование первообразной голоморфной функции в круге. Единственность первообразной.
11. Первообразная голоморфной функции вдоль пути. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Теорема Коши о гомотопных путях (теорема о монодромии). Существование первообразной голоморфной функции в односвязной области.
13. Теорема Коши для многосвязной области (без строгого доказательства, но с подробной схемой доказательства).
14. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.
15. Интегральная формула Коши для производных. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Разложение в ряд Тейлора.
16. Множество точек сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара, теорема Абеля. Примеры.
17. Теорема Мореры. Голоморфность суммы степенного ряда в круге сходимости. Коэффициенты ряда Тейлора. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля.
18. Нули голоморфных функций. Порядок нуля. Теорема единственности. Три эквивалентных определения голоморфной функции.
19. Разложение в ряд Лорана. Множество точек сходимости степенного ряда по целым степеням. Голоморфность суммы степенного ряда в кольце сходимости.
20. Изолированные особые точки однозначного характера. Описание устранимых особых точек.
21. Описание полюсов и существенно особых точек при помощи ряда Лорана. Порядок полюса. Теорема Сохоцкого.
22. Ряд Лорана в окрестности бесконечности. Бесконечность как особая точка. Целые и мероморфные функции с полюсом на бесконечности.
23. Вычеты (определение и формулы подсчета). Теорема Коши о вычетах. Теорема о полной сумме вычетов.
24. Лемма Жордана. Интегрирование рациональных дробей. Преобразование Фурье рациональных дробей. Вычисление сумм рядов с помощью вычетов.
25. Принцип аргумента (обе версии). Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
26. Принцип сохранения области. Теорема об обратной функции.
27. Критерий локальной однолиственности. Теорема Гурвица и следствие из нее.
28. Принцип максимума модуля (обе версии). Лемма Шварца.
29. Автоморфизмы основных областей (расширенная плоскость, плоскость, круг). Неизоморфность основных областей.
30. Пространство голоморфных функций. Теорема Вейерштрасса. Теорема Рунге об аппроксимации (без доказательства). Полнота и сепарабельность пространства голоморфных функций.
31. Линейные непрерывные функционалы на пространстве голоморфных функций. Принцип компактности Монтеля.
32. Принцип соответствия границ. Теорема Каратеодори (без доказательства).
33. Теорема Римана о конформном отображении.

Лектор, доцент

Зав. каф. ТФФА, академик РАН

А.М.Савчук

Б.С.Кашин