

Комплексный анализ, 3 курс, осень 2015 года, В.К.Белошапка

Производная

- C -дифференцируемость и R -дифференцируемость, их связь, уравнения Коши-Римана;
- теоремы о дифференцируемости суммы, разности, произведения, отношения, сложной функции;
- теорема об обратной функции и теорема о неявной функции (комплексные версии);
- конформность линейного отображения, конформность в точке, ее связь с C -дифференцируемостью, конформное отображение области.

Интеграл

- интеграл по кривой, его свойства;
- первообразная и формула Ньютона-Лейбница, критерий существования первообразной;
- лемма Гурса и теорема о существовании первообразной;
- интегральная теорема Коши (две формулировки);
- интегральная формула Коши.

Ряды

- теорема о разложении функции в степенной ряд, неравенства Коши, теорема Лиувилля;
- C -дифференцирование степенных рядов.

Голоморфные функции и их свойства

- цепочка из четырех эквивалентных определений голоморфной функции, теорема Мореры;
- свойства голоморфных функций: бесконечная дифференцируемость, теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем;
- сходимости в области, теорема Вейерштрасса;
- принцип компактности.

Изолированные особые точки, вычеты, принцип аргумента

- ряды Лорана, теорема о разложении функции в кольцо, единственность, неравенства Коши;
- изолированные особые точки, теорема о классификации, теорема Сохоцкого;
- комплексное многообразие, сфера Римана как комплексное многообразие, комплексный тор, голоморфные отображения комплексных многообразий, изолированные особые точки на многообразии, независимость классификации от карты, мероморфная функция как голоморфное отображение в сферу;
- описание многочленов и рациональных функций в терминах их особых точек на сфере;
- теорема о вычетах, вычисление вычетов в полюсах;
- порядок функции в точке, порядок произведения, частного и композиции, вычет логарифмической производной, принцип аргумента;

- теорема Руше, принцип открытости, предельный переход: число нулей и однолиственность.

Конформные отображения

- критерий локальной однолиственности;
- вычисление групп автоморфизмов сферы и плоскости, лемма Шварца, автоморфизмы круга, попарная неэквивалентность этих областей;
- теорема Римана о конформном отображении;
- теорема Каратеодори о соответствии границ, «обратная» теорема о соответствии границ;
- выбор единственного отображения односвязной области на круг;
- лемма о склейке голоморфных функций, принцип симметрии.

Многозначные функции

- элемент, аналитическое продолжение по цепочке;
- росток функции, аналитическое продолжение ростка вдоль пути;
- связь между продолжением вдоль кривой и продолжением по цепочке;
- единственность продолжения вдоль пути, теорема о монодромии;
- продолжение производной и интеграла, первообразная голоморфной функции в односвязной области, критерий однозначности;
- особые точки логарифма и корня функции, мероморфной в области;
- полная аналитическая функция (ПАФ), теорема Пуанкаре-Вольтерра, ветвь в области и число ее значений, однозначная ветвь;
- изолированная особая точка ветви, разложение в ряд Пуанкаре, алгебраическая особая точка;
- конструкция римановой поверхности ПАФ;
- аналитическое продолжение на комплексном многообразии, пример на торе.
- модулярная функция, малая теорема Пикара.

Зав.кафедрой
Теории функций и
функционального анализа,
член-корр.РАН, проф.

/Б.С.Кашин/

Лектор, проф.
/В.К.Белошарова/