

Программа экзамена по ТФКП
Вечернее отделение, 6 семестр, 2014–2015 гг.

1. Логарифмический вычет, теорема о логарифмических вычетах. Принцип аргумента. Теорема Руше.
2. Принцип сохранения области. Локальная обратимость голоморфной функции в окрестности образа некритической точки.
3. Обратный принцип соответствия границ (формулировка и схема доказательства). Теорема Каратеодори (формулировка).
4. Пространства функций, голоморфных в области. Полунормы и сходимости в этом пространстве. Его метризуемость и ненормируемость. Теорема Вейерштрасса о равномерном внутри области пределе голоморфных функций в этой области. Теорема Гурвица. Следствие о нулях сходящейся равномерно внутри области последовательности однолистных функций.
5. Теорема о локальной равностепенной непрерывности локально равномерно ограниченного семейства голоморфных функций. Теорема Монтеля. Свойства непрерывных функционалов на пространстве голоморфных функций.
6. Существование голоморфных ветвей логарифма не обращающейся в нуль голоморфной функции в односвязной области и голоморфных ветвей корней из такой функции. Теорема Римана о конформном отображении. Три класса конформной эквивалентности односвязных областей.
7. Теорема Миттаг-Леффлера о существовании мероморфной функции с заданными полюсами в $\bar{\mathbb{C}}$. Усиление теоремы Миттаг-Леффлера при наличии ограничения на рост функции. Вариант теоремы Миттаг-Леффлера для областей.
8. Теорема Вейерштрасса о существовании целой функции с заданными нулями. Разложение целой функции в произведение по ее нулям.
9. Вариант теоремы Вейерштрасса для областей. Представление мероморфной функции в области в виде частного функций, голоморфных в этой области. Существование функций, голоморфных в области и не допускающих голоморфного продолжения в большую область. Интерполяционная теорема.
10. Понятие однозначного аналитического продолжения. Определение и аналитическое продолжение гамма-функции.
11. Принцип симметрии Римана-Шварца.
12. Гармонические функции двух переменных. Связь голоморфных и гармонических функций. Свойства гармонических функций.
13. Задача Дирихле для уравнения Лапласа, единственность ее решения. Разрешимость задачи Дирихле в односвязной жордановой области. Формула Пуассона для решения задачи Дирихле в круге. Формула Шварца для выражения значений голоморфной функции в круге через граничные значения ее вещественной части.
14. Теорема о гармоничности функции, равной в каждой точке области своему среднему по кругу. Теорема Харнака о пределе убывающей последовательности гармонических функций.