

Программа курса "Теория функций комплексного переменного"
весна 2014/15 уч.г., отделение математики, II поток
(лектор доц. П.А. Бородин)

1. Пример функции, голоморфной в заданной области и не продолжаемой аналитически ни в какую точку вне этой области.
2. Аналитическое продолжение гамма-функции Эйлера.
3. Принцип симметрии Римана-Шварца.
4. Непосредственное аналитическое продолжение элементов и его свойства. Аналитическое продолжение по цепочке и вдоль пути. Свойства продолжения вдоль пути.
5. Теорема о продолжении по гомотопным путям. Теорема о монодромии. Извлечение корня и взятие логарифма от функций, голоморфных в односвязной области и не обращающихся там в нуль.
6. Аналитические функции. Теорема Пуанкаре-Вольтерра. Операции над аналитическими функциями. Сужение на односвязную область.
7. Изолированные особые точки аналитических функций. Ряд Пуанкаре.
8. Теорема об общем виде алгебраической функции.
9. Понятие о римановой поверхности аналитической функции. Формула Римана-Гурвица.
10. Локальное обращение голоморфных функций. Формула обращения. Ряд Бюрмана-Лагранжа. Обратная функция как "связный" набор элементов. Порядок ветвления обратной функции в образе критической точки.
11. Схема доказательства теоремы Абеля о неразрешимости общего уравнения 5-й степени в радикалах.
12. Лемма Шварца. Конформные автоморфизмы круга, комплексной плоскости и расширенной комплексной плоскости.
13. Принцип компактности Монделя.
14. Теорема Римана. Конформная классификация односвязных областей. Теорема Каратеодори (без доказательства). Принцип соответствия границ (без доказательства).
15. Коэффициенты ряда Тейлора функций, однолистных в круге. Теорема Бибербаха. Теорема Кебе. Теорема Смейла о значениях многочлена в его критических точках.
16. Теорема Кристоффеля-Шварца об общем виде конформного отображения круга на многоугольник.
17. Модулярная функция Шварца. Малая теорема Пикара. Следствие для мероморфных функций. Большая теорема Пикара (без доказательства).
18. Гармонические функции двух переменных: связь с голоморфными функциями, бесконечная дифференцируемость, теорема о среднем, принцип экстремума, теорема единственности, теорема Лиувилля.
19. Задача Дирихле: единственность для ограниченных жордановых областей, сведение к случаю круга.
20. Интеграл Пуассона. Решение задачи Дирихле в круге. Формула Шварца.
21. Преобразование Лапласа. Простейшие свойства изображения и оригинала. Голоморфность изображения в полуплоскости.
22. Формула обращения преобразования Лапласа. Теорема Бореля.
23. Применение преобразования Лапласа к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Формула Дюамеля.
24. Голоморфные функции многих комплексных переменных: C -дифференцируемость, формула Коши в поликруге, ряд Тейлора в поликруге, теорема единственности.
25. Разложение функции, голоморфной в полной области Рейнхарта, в степенной ряд. Логарифмическая выпуклость области сходимости степенного ряда.
26. Теорема Хартогса о голоморфном продолжении с "катушки".