

ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА ПО КУРСУ “КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ”
(I ПОТОК, ВЕСЕННИЙ СЕМЕСТР 2014–2015 г.)

1. Теорема о логарифмическом вычете. Изменение аргумента функции вдоль пути: определение и свойства. Принцип аргумента. Теорема Руше.
2. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолистности. Окончательная форма теоремы об обратной функции. Теорема Гурвица и ее следствие о пределе последовательности однолистных функций.
3. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Описание всех конформных отображений единичного круга на себя.
4. Принцип компактности.
5. Теорема Римана о конформном отображении. Описание класса всех областей, допускающих конформное отображение на единичный круг. Неединственность и нормировка такого отображения.
6. Принцип соответствия границ (теорема Каратеодори). Доказательство для областей, локально связных в каждой граничной точке. Еще один способ нормировки конформного отображения области на круг.
7. Комплексный потенциал установившегося плоского безвихревого течения несжимаемой жидкости. Выпрямление линий тока. Точечные источники (стоки) и вихри. Связь теоремы Римана с течением, созданным точечным источником.
8. Уточнение принципа аргумента с помощью теоремы Каратеодори. Обратный принцип соответствия границ. Его варианты и уточнения. Конформное отображение полуплоскости на прямоугольник.
9. Лемма о стирании отрезка. Принцип симметрии. Замечания о полюсах и о продолжении голоморфных функций через границу.
10. Эллиптический синус. Его глобальная мероморфность и двоякопериодичность. Определение и свойства эллиптических функций, включая понятие порядка и связь нулей и полюсов.
11. Функция Вейерштрасса $\wp(z)$. Ее свойства. Выражение любой эллиптической функции через $\wp(z)$ и ее производную.
12. Дифференциальное уравнение для функции Вейерштрасса. Параметризация кубической кривой посредством проколотого тора.
13. Алгебраическая теорема сложения для $\wp(z)$. Теорема Вейерштрасса о функциях с алгебраической теоремой сложения.
14. Определение и свойства модулярной функции. Малая теорема Пикара.

Заведующий
кафедрой теории функций
и функционального анализа,
академик РАН

Б. С. Кашин

Лектор, доцент

А. В. Домрин