

**Программа курса «Комплексный анализ», часть I,
3 поток, механики (5 сем., 2014/2015 уч. год).**

1. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма. Возведение в степень и извлечение корней.
2. Топология в \mathbb{C} и $\overline{\mathbb{C}}$. Эквивалентность связности и линейной связности для открытых множеств в \mathbb{C} .
3. Предел последовательности и функции. Непрерывность. Определение и свойства функции e^z . Показательная форма комплексного числа.
4. Комплексная производная. Производные функций e^z и z^n . Теорема о производной обратной функции.
5. \mathbb{R} - и \mathbb{C} - дифференцируемость. Теорема Коши-Римана. Голоморфные функции.
6. Производная произведения, частного и сложной функции. Производная по направлению.
7. Конформность функции в точке и в области. Геометрический смысл комплексной производной. Многозначные функции $\operatorname{Ln}(z)$ и $\sqrt[n]{z}$, их основные конформные ветви. Общая степенная и показательная функция.
8. Дробно-линейные отображения (ДЛО). Конформность ДЛО на $\overline{\mathbb{C}}$. Геометрические свойства ДЛО: круговое свойство, сохранение симметрии, свойство трёх точек.
9. Дробно-линейные автоморфизмы единичного круга и верхней полуплоскости.
10. Функция Жуковского. Её основные (максимальные) области конформности и их образы.
11. Основные тригонометрические функции. Образы полосы $\{|\operatorname{Re}(z)| < \pi/2\}$ под действием функций $\sin(z)$ и $\operatorname{tg}(z)$. Обратные тригонометрические функции. Функции $\arcsin(z)$ и $\operatorname{arctg}(z)$ и их производные.
12. Векторные поля на плоскости. Потенциальность, соленоидальность и регулярность. Комплексный потенциал.
13. Точечный источник, вихрь, диполь. Их линии тока. Условие вполне регулярности.
14. Регулярные векторные поля и конформные отображения. Простейшее обтекание цилиндра (круга). Крыло Жуковского.
15. Кусочно-гладкие (КГ-) пути и кривые. Интеграл по комплексному переменному вдоль КГ-кривой. Применение к вычислению потока и циркуляции регулярного векторного поля.
16. Основные свойства интеграла: линейность, аддитивность, простейшая оценка, свойство ортогональности степеней.
17. Лемма Гурса (теорема Коши для треугольников).
18. Теорема Коши для односвязной области (без д-ва леммы о приближении).

19. Лемма о приближении (д-во).
20. Комплексная первообразная. Теорема о существовании первообразной в односвязной области. Формула Ньютона-Лейбница.
21. Интегральная теорема Коши для допустимых областей (б/д). Доказательство для простых областей. Обсуждение примеров.
22. Интегральная формула Коши для допустимой области.
23. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Основная теорема алгебры.
24. Формула Коши для производных. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Теорема Морера.
25. Равномерная сходимости внутри области. Теорема Вейерштрасса.
26. Теорема Коши о разложении голоморфной функции в ряд Тейлора.
27. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля.
28. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости.
29. Формула Коши-Адамара.
30. Почленная дифференцируемость и интегрируемость степенных рядов. Единственность разложения в степенной ряд.
31. Табличные разложения в ряд Маклорена.
32. Теорема о нулях голоморфных функций. Теорема единственности.
33. Обобщенные степенные ряды. Кольцо сходимости. Единственность разложения в обобщенный степенной ряд. Связь с рядами Фурье.
34. Теорема Лорана.
35. Изолированные особые точки голоморфных функций. Их классификация в терминах рядов Лорана.
36. Теорема Сохоцкого.
37. Лемма Шварца. Дробно-линейность конформных изоморфизмов круговых областей.
38. Вычеты и их вычисление.
39. Теоремы Коши о вычетах и о полной сумме вычетов.
40. Некоторые типы определенных интегралов, вычисляемых с помощью вычетов.

Лектор:

д.ф.-м.н., профессор

П.В. ПАРАМОНОВ

Зав. кафедрой Теории функций
и функционального анализа
академик РАН, профессор

Б.С. КАШИН