

**Весенний семестр 2014 года,
2-й поток, программа курса
Комплексного анализа**

1. Алгебраические функции: [3], [4], [5]

- результат двух многочленов одной переменной;
- комплексная теорема о неявной функции;
- ряды Пуанкаре, алгебраическая особая точка, замыкание римановой поверхности в окрестности точки ветвления;
- два определения алгебраической функции, их эквивалентность;
- род римановой поверхности алгебраической функции, формула Римана-Гурвица;
- замыкание плоской алгебраической кривой в $\mathbb{C}P^2$, формула рода;
- группа монодромии алгебраической функции, теорема Абеля.

2. Гармонические функции двух переменных и гидродинамика: [1], [3]

- связь гармонических функций двух переменных и аналитических;
- свойства гармонических функций (теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем);
- изолированные особые точки, теорема Харнака;
- интегральное представление Пуассона и задача Дирихле;
- модель стационарного течения, комплексный потенциал и его особые точки (источник, сток, вихрь, диполь), физическое доказательство теоремы Римана.

3. Формульные представления голоморфных функций: [1], [3], [6]

- сходимость рядов мероморфных функций, сходимость бесконечных произведений целых функций;
- теорема Миттаг-Леффлера и метод Коши;
- теорема Вейерштрасса о целых функциях, ее следствия.

4. Эллиптические функции: [1], [3], [5]

- строение группы периодов мероморфной функции;
- определение и свойства эллиптических функций;
- построение «пе»-функции Вейерштрасса;
- свойства «пе»-функции Вейерштрасса;
- эллиптический синус;
- модулярная функция и теорема Пикара.

5. Голоморфные функции нескольких переменных: [2]

- кратные степенные ряды (лемма Абе́ля, область сходимости, полидиск сходимости);
- логарифмическая выпуклость области сходимости;
- цепочка эквивалентных определений: (производная, кратная формула Коши; представление суммой ряда, производная), неравенства Коши;
- интегрирование в \mathbb{C}^n , интегральная теорема Коши, теорема Мореры,
- свойства голоморфных функций (теорема единственности, принцип максимума, принцип открытости, сходимости) ;
- области голоморфности, использование логарифмической выпуклости для голоморфного продолжения,
- техника голоморфного продолжения с помощью аналитических дисков (принцип непрерывности), примеры;
- биголоморфные отображения, теорема А.Картана.

Литература:

- [1] Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.1, «Наука» 1976.
- [2] Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.2, «Наука» 1985.
- [3] А.Гурвиц, Р.Курант, Теория функций, «Наука» 1968.
- [4] В.Б.Алексеев, Теорема Абе́ля в задачах и решениях, «Наука» 1976.
- [5] В.В.Прасолов, Ю.П.Соловьев, Эллиптические и алгебраические функции. М.Факториал, 1997.
- [6] Ю.В.Сидоров, М.В.Федорюк, М.И.Шабунин, Лекции поТФКП, «Наука» 1989.

Зав.кафедрой
теории функций и
функционального анализа
акад.РАН, проф.

/Б.С.Кашин/

Лектор, проф.

/В.К.Белошапка/