

# Комплексный анализ математики, 2-й поток, осень 2013 года, Белошапка В.К.

## Производные

- $\mathbb{C}$ -дифференцируемость и  $\mathbb{R}$ -дифференцируемость, уравнения Коши-Римана;
- теоремы о дифференцируемости суммы, разности, произведения, отношения, сложной функции;
- теорема об обратной функции, теорема о неявной функции;
- конформность линейного отображения, конформность в точке, конформное отображение области, связь с  $\mathbb{C}$ -дифференцируемостью.

## Интеграл

- интеграл по кривой, его свойства;
- первообразная и формула Ньютона-Лейбница;
- лемма Гурса и теорема о существовании первообразной;
- интегральная теорема Коши (две формулировки);
- интегральная формула Коши.

## Степенные ряды

- теорема о разложении в ряд, неравенства Коши, теорема Лиувилля;
- $\mathbb{C}$ -дифференцирование степенных рядов.

## Голоморфные функции и их свойства

- цепочка из четырех эквивалентных определений голоморфной функции, теорема Мореры;
- свойства голоморфных функций: бесконечная дифференцируемость, теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем;
- сходимость, теорема Вейерштрасса;
- принцип компактности.

## Изолированные особые точки, вычеты, принцип аргумента

- ряды Лорана, теорема о разложении функции в кольце, единственность, неравенства Коши;
- изолированные особые точки, теорема о классификации, теорема Сохоцкого;
- комплексное многообразие, сфера Римана как комплексное многообразие, комплексный тор;

- бесконечность как особая точка, голоморфность и мероморфность на комплексном многообразии, теорема: мероморфность на сфере = рациональности,
- теорема о вычетах, вычисление вычетов;
- порядок функции в точке, порядок произведения, частного и композиции, связь с логарифмической производной принцип аргумента,
- теорема Руше, теорема Гурвица, принцип открытости.

### **Конформные отображения**

- связь конформности и однолиственности;
- вычисление групп автоморфизмов сферы и плоскости, лемма Шварца, автоморфизмы круга, попарная неэквивалентность этих областей;
- теорема Римана о конформном отображении;
- формулировка теоремы Каратеодори, «обратная» теорема о соответствии границ;
- нормировка конформного отображения односвязной области;
- лемма о склейке голоморфных функций, принцип симметрии.

### **Многозначные функции**

- элемент, аналитическое продолжение по цепочке;
- росток функции, аналитическое продолжение ростка вдоль пути;
- единственность продолжения вдоль пути, теорема о монодромии;
- полная аналитическая функция (ПАФ), теорема Пуанкаре-Вольтерра, ветвь в области, однозначная ветвь;
- изолированная особая точка ветви, их классификация, разложение в ряд Пуанкаре, алгебраическая особая точка ;
- конструкция римановой поверхности ПАФ, голоморфность ПАФ на своей римановой поверхности;
- первообразная голоморфной функции в неодносвязной области;
- ПАФ на комплексном многообразии.

Зав.кафедрой  
Теории функций и  
функционального анализа,  
член-корр.РАН, проф.

/Б.С.Кашин/

Лектор, проф.

/В.К.Белошапка/