

**Программа курса "Комплексный анализ", часть I,  
3 курс, 1 поток, 5 семестр, 2012-2013 учебный год.  
Лектор профессор П.В. Парамонов.**

1. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма. Возведение в степень и извлечение корней.
2. Топология в  $\mathbb{C}$  и  $\overline{\mathbb{C}}$ . Связность и линейная связность. Компоненты связности открытых множеств в  $\mathbb{C}$ .
3. Предел последовательности и функции. Непрерывность. Определение и свойства функции  $e^z$ . Показательная форма комплексного числа.
4. Пути и кривые в  $\mathbb{C}$ . Теорема Жордана (б/д). Односвязные области в  $\mathbb{C}$ . Ограниченная область с границей, принадлежащей односвязной области.
5. Приращение (полярного) аргумента вдоль пути. Индекс пути относительно точки и его свойства. Индекс замкнутого жорданова пути.
6.  $\mathbb{R}$ - и  $\mathbb{C}$ -дифференцируемость. Условия Коши–Римана.
7. Производная сложной и обратной функции. Производная по направлению.
8. Конформные отображения. Геометрический смысл комплексной производной. Голоморфные функции.
9. Группа дробно–линейных отображений (ДЛО). Конформность ДЛО.
10. Геометрические свойства ДЛО: круговое свойство, сохранение симметрии, свойство трех точек.
11. Дробно–линейные автоморфизмы круга, полуплоскости,  $\mathbb{C}$  и  $\overline{\mathbb{C}}$ .
12. Степенная и показательная функции. Функция Жуковского. Их основные (максимальные) области конформности.
13. Многозначные функции, их непрерывные и голоморфные ветви. Корень степени  $n$  и логарифм. Их основные ветви и области конформности. Общая степенная и показательная функция.
14. Тригонометрические и гиперболические функции. Образы полосы  $\{|\operatorname{Re}(z)| < \pi/2\}$  под действием функций  $\sin(z)$  и  $\operatorname{tg}(z)$ . Обратные тригонометрические функции. Функции  $\arcsin(z)$  и  $\operatorname{arctg}(z)$ .
15. Спрямяемые пути и кривые. Интеграл по комплексному переменному вдоль пути. Теорема существования интеграла от непрерывной функции вдоль спрямяемого пути.
16. Вычисление интеграла по комплексному переменному вдоль непрерывно-дифференцируемого пути.
17. Кривые. Интеграл по комплексному переменному вдоль кривой. Корректность его определения и основные свойства.
18. Лемма Гурса (теорема Коши для треугольников).
19. Теорема Коши для односвязной области.
20. Комплексная первообразная. Теорема существования первообразной в односвязной области. Формула Ньютона–Лейбница.
21. Интегральная теорема Коши для допустимых областей (б/д). Доказательство для простых областей. Обсуждение примеров.

22. Интегральная формула Коши для допустимой области.
23. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Основная теорема алгебры.
24. Формула Коши для производных. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Теорема Морера.
25. Равномерная сходимость внутри области. Теорема Вейерштрасса.
26. Теорема Коши о разложении голоморфной функции в ряд Тейлора.
27. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля.
28. Степенные ряды. Теорема Абеля. Формула Коши–Адамара.
29. Почленная дифференцируемость и интегрируемость степенных рядов. Единственность разложения в степенной ряд.
30. Табличные разложения в ряд Маклорена. Пространства  $\mathcal{A}(\mathcal{D})$  и  $\mathcal{A}^p(\mathcal{D})$ .
31. Теорема о нулях голоморфных функций. Теорема единственности.
32. Особые точки на границе круга сходимости степенного ряда.
33. Обобщенные степенные ряды. Кольцо сходимости. Единственность разложения в обобщенный степенной ряд.
34. Теорема Лорана.
35. Изолированные особые точки голоморфных функций (однозначного характера). Их классификация в терминах рядов Лорана.
36. Теорема Сохоцкого.
37. Лемма Шварца. Дробно–линейность конформных изоморфизмов круговых областей.
38. Вычеты и их вычисление.
39. Теоремы Коши о вычетах и о полной сумме вычетов.
40. Некоторые типы определенных интегралов, вычисляемых с помощью вычетов.

Лектор:  
д.ф.-м.н., профессор

П.В. Пармонов

Заведующий кафедрой теории функций  
и функционального анализа  
академик РАН

/Б. С. Кашин/