Весенний семестр 2012 года,
курс Комплексного анализа, программа

1. Алгебраические функции: [3], [4], [5]

- результант двух многочленов одной переменной, дискриминант;
- комплексная теорема о неявной функции;
- ряды Пюизо, алгебраическая особая точка, замыкание римановой поверхности в окрестности точки ветвления;
- два определения алгебраической функции, их эквивалентность;
- род римановой поверхности алгебраической функции;
- формула Римана-Гурвица;
- замыкание плоской алгебраической кривой в CP^2, формула рода;

группа монодромии алгебраической функции, теорема Абеля.

2. Голоморфные функции нескольких переменных: [2]

- кратные степенные ряды (лемма Абеля, область сходимости, полидиск сходимости);
- логарифмическая выпуклость области сходимости;
- цепочка эквивалентных определений: (производная, кратная формула Коши; представление суммой ряда, производная), неравенства Коши;
- интегрирование в C^n, интегральная теорема Коши, теорема Мореры,
- свойства голоморфных функций (теорема единственности, принцип максимума, принцип открытости, теорема Лиувилля, сходимость) ;
- области голоморфности, использование логарифмической выпуклости для голоморфного продолжения,
- техника голоморфного продолжения с помощью аналитических дисков (принцип непрерывности);
- биголоморфные отображения, теорема А.Картана.

3. Гармонические функции двух переменных и гидродинамика: [1], [3]

- связь гармонических функций двух переменных и аналитических;
- свойства гармонических функций (теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем, теорема Лиувилля);
- изолированные особые точки гармонических функций, теорема Харнака;
- интегральное представление Пуассона и задача Дирихле;
- модель стационарного течения, комплексный потенциал и его особые точки (источник, сток, вихрь, диполь), физическое доказательство теоремы Римана.

4. Формульные представления голоморфных функций: [1], [3], [6]

– сходимость рядов мероморфных функций,

– сходимость бесконечных произведений целых функций;

-- теорема Миттаг-Леффлера;

— метод Коши;

— теорема Вейерштрасса о целых функциях, ее следствия.

5. Эллиптические функции: [1], [3],[5]

- строение группы периодов мероморфной функции;
- определение и свойства эллиптических функций;
- построение «пе»-функции Вейерштрасса;
- свойства «пе»-функции Вейерштрасса, дифференциальное уравнение;
- эллиптический синус Якоби,
- модулярная функция и теорема Пикара.

Литература:

[1] Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.1, «Наука» 1976.
[2] Б.В.Шабат, Введение в комплексный анализ, ч.2, «Наука» 1985.
[3] А.Гурвиц, Р.Курант, Теория функций, «Наука» 1968.
[4] В.Б.Алексеев, Теорема Абеля в задачах и решениях, «Наука» 1976.
[5] В.В.Прасолов, Ю.П.Соловьев, Эллиптические и алгебраические функции. М.Факториал, 1997.
[6] Ю.В.Сидоров, М.В.Федорюк, М.И.Шабунин, Лекции по ТФКП, «Наука» 1989.

Зав.кафедрой
Теории функций и
функционального анализа,
акад. РАН, проф.

/Б.С.Кашин/

Лектор, проф. /В.К.Белошапка/