

Программа курса «Комплексный анализ», 5 семестр 2011/12 г.

3 поток, лектор — доцент А.М.Савчук

1. Комплексные числа. Полярное представление. Стереографическая проекция. Пути и кривые. Области.
2. Дробно—линейные функции. Свойства дробно—линейных отображений (групповое, круговое, симметрия, трех точек).
3. Дробно—линейные автоморфизмы областей (расширенная плоскость, плоскость, круг, полуплоскость).
4. Элементарные функции комплексного переменного (степени, функция Жуковского, экспонента, тригонометрические функции).
5. Дифференцируемость функций комплексного переменного (R -дифференцируемость, C -дифференцируемость, условия Коши—Римана, производная по направлению).
6. Геометрический смысл производной. Конформные отображения. Конформность элементарных функций.
7. Интеграл по кривой. Свойства интеграла вдоль пути.
8. Лемма Гурса. Существование первообразной в круге.
9. Первообразная вдоль пути. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Теорема Коши о гомотопных путях. Существование первообразной в односвязной области.
11. Теорема Коши для многосвязной области (без строгого доказательства, но с идеей доказательства). Интегральная формула Коши.
12. Разложение в ряд Тейлора. Множество точек сходимости степенного ряда. Голоморфность суммы степенного ряда.
13. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций. Коэффициенты ряда Тейлора. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля.
14. Интегральная формула Коши для производных. Теорема Морера. Три эквивалентных определения голоморфной функции.
15. Свойства голоморфных функций (теорема единственности, нули, теорема Вейерштрасса). Задача об аппроксимации голоморфных функций полиномами и рациональными дробями.
16. Разложение в ряд Лорана. Множество точек сходимости степенного ряда по целым степеням. Голоморфность суммы степенного ряда.
17. Изолированные особые точки однозначного характера. Описание устранимых особых точек. Описание полюсов.
18. Теорема Сохоцкого. Целые и мероморфные функции с полюсом на бесконечности.
19. Вычеты (определение и формулы подсчета). Теорема Коши о вычетах.
20. Лемма Жордана. Интегрирование рациональных дробей и преобразований Фурье от рациональных дробей. Интегралы в смысле главного значения Коши (использование полувывчетов).
21. Принцип аргумента (обе версии). Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
22. Принцип сохранения области. Теорема об обратной функции. Теорема Гурвица.
23. Принцип максимума модуля (обе версии). Лемма Шварца. Автоморфизмы основных областей (расширенная плоскость, плоскость, круг).