

Комплексный анализ математики, 2-й поток, осень 2011 года, программа Белошапка В.К.

Производные

- C -дифференцируемость и R -дифференцируемость, уравнения Коши-Римана;
- теоремы о дифференцируемости суммы, разности, произведения, отношения, сложной функции;
- теорема об обратной функции, теорема о неявной функции;
- конформность линейного отображения, конформность в точке, конформное отображение области, связь с C -дифференцируемостью.

Интеграл

- интеграл по кривой, его свойства;
- первообразная и формула Ньютона-Лейбница;
- лемма Гурса и теорема о существовании первообразной;
- интегральная теорема Коши (две формулировки);
- интегральная формула Коши.

Степенные ряды

- теорема о разложении в ряд, неравенства Коши, теорема Лиувилля;
- C -дифференцирование степенных рядов.

Голоморфные функции и их свойства

- цепочка из четырех эквивалентных определений голоморфной функции, теорема Мореры;
- свойства голоморфных функций: бесконечная дифференцируемость, теорема единственности, принцип максимума, теорема о среднем;
- сходимость, теорема Вейерштрасса;
- принцип компактности.

Изолированные особые точки

- ряды Лорана, теорема о разложении функции в кольцо, единственность, неравенства Коши;
- изолированные особые точки, теорема о классификации, теорема Сохоцкого;
- сфера Римана как комплексное многообразие, бесконечность как особая точка, голоморфность и мероморфность на комплексном многообразии, теорема:

мероморфность на сфере = рациональности,

Вычеты

- теорема о вычетах, вычисление вычетов;
- принцип аргумента, теорема Руше, две теоремы Гурвица, принцип открытости.

Конформные отображения

- связь конформности и однолиственности;
- вычисление групп автоморфизмов сферы и плоскости, лемма Шварца, автоморфизмы круга, попарная неэквивалентность этих областей;
- теорема Римана о конформном отображении;
- достижимая граничная точка, формулировка теоремы Каратеодори, «обратная» теорема о соответствии границ;
- нормировка конформного отображения односвязной области;
- лемма о склейке голоморфных функций, принцип симметрии.

Многозначные функции

- элемент, аналитическое продолжение по цепочке;
- росток функции, аналитическое продолжение ростка вдоль пути;
- единственность продолжения вдоль пути, теорема о монодромии;
- полная аналитическая функция (ПАФ), ветвь в области, однозначная ветвь, теорема Пуанкаре-Вольтерра;
- конструкция римановой поверхности ПАФ, голоморфность ПАФ на своей римановой поверхности;
- изолированная особая точка ветви ПАФ, классификация, ее корректность.

Зав.кафедрой
Теории функций и
функционального анализа,
член-корр.РАН, проф.

/Б.С.Кашин/

Лектор, проф.

/В.К.Белошапка/