

Программа курса «Комплексный анализ», часть II
2 поток, математики, 6 семестр, 2010/11 уч.год

1. Интеграл в смысле главного значения. Вычет относительно области и его вычисление.
2. Теорема о вычетах для интеграла в смысле главного значения. Примеры вычисления интегралов. Преобразование Гильберта.
3. Логарифмический вычет. Принцип аргумента.
4. Теорема Руше. Принцип сохранения области и его следствие.
5. Конформность голоморфных инъективных функций.
6. Обратный принцип соответствия границ.
7. Критерии локальной однолиственности и локальной обратимости.
8. Принципы симметрии Римана-Шварца.
9. Теорема Гурвица. Сходящиеся последовательности однолистных функций.
10. Равномерная ограниченность и равностепенная непрерывность семейства функций.
11. Предкомпактность и компактность семейства функций. Теорема Монтеля.
Непрерывный функционал на компактном семействе функций.
12. Теорема Римана о конформном отображении.
13. Лемма Кёбе и её следствие. Лемма Линделёфа.
14. Граничная теорема единственности и окончание доказательства теоремы Каратеодори для жордановых областей.
15. Гомотопные пути в области. Связь 1- и 2- гомотопности путей в области. Классы гомотопных замкнутых путей в \mathbb{C}_* .
16. Эквивалентные определения односвязной области в \mathbb{C} .
17. Элементы и их аналитическое продолжение. Аналитическое продолжение вдоль пути и его свойства.
18. Единственность аналитического продолжения вдоль пути и его связь с продолжением по цепочке.
19. Аналитическое продолжение по близким путям и по путям гомотопии. Теорема о монодромии.
20. Аналитическое продолжение первообразной. Теорема об интегралах по гомотопным путям.
21. Полная аналитическая функция (ПАФ) в смысле Вейерштрасса: теорема Пуанкаре-Вольтерра, голоморфные ветви и точки аналитичности ПАФ.
22. Точки ветвления (ветвей) ПАФ, их классификация. Примеры: ПАФ $\operatorname{Ln} z$, z^p и $\operatorname{Arctg} z$.
23. Понятие о римановой поверхности. Римановы поверхности $\operatorname{Ln} z$ и $\sqrt[p]{z}$.
24. Модулярная функция и малые теоремы Пикара. Большая теорема Пикара (б/д).
25. Гармонические функции (ГФ) двух переменных и их связь с голоморфными функциями. Инвариантность гармоничности при голоморфной замене координат. Решение задачи Дирихле в жордановых областях методом конформных отображений.
26. Теоремы о среднем, принцип минимума-максимума и теоремы единственности для ГФ.
27. Разложение ГФ в круге в ряд по гармоническим полиномам. Теорема Вейерштрасса для ГФ. Метод Фурье.
28. Формула Пуассона для круга.
29. Первая теорема Рунге.
30. Вторая теорема Рунге. Следствия.

Лектор, д.ф.-м.н., профессор

П. В. Парамонов

Зав. кафедрой теории функций и функционального анализа
член-корр. РАН, профессор

Б.С. Кашин