

Программа курса "Комплексный анализ"
весна 2010/11 уч.г., отделение математики
(лектор доц П.А. Бородин)

1. Теорема о логарифмическом вычете. Принцип аргумента. Теорема Руше. Принцип сохранения области. Многочлены Чебышева для круга. Теорема Гурвица.
2. Пример функции, голоморфной в заданной области и не продолжаемой аналитически ни в какую точку вне этой области.
3. Аналитическое продолжение гамма-функции Эйлера.
4. Принцип симметрии Римана-Шварца.
5. Непосредственное аналитическое продолжение элементов и его свойства. Аналитическое продолжение по цепочке и вдоль пути. Свойства продолжения вдоль пути.
6. Теорема о продолжении по гомотопным путям. Теорема о монодромии.
7. Аналитические функции. Теорема Пуанкаре-Вольтерра. Операции над аналитическими функциями. Сужение на односвязную область. Извлечение корня и взятие логарифма от функций, голоморфных в односвязной области и не обращающихся там в нуль.
8. Изолированные особые точки аналитических функций. Ряд Пуизо. Понятие о римановой поверхности полной аналитической функции.
9. Локальное обращение голоморфных функций. Формула обращения. Ряд Бюрмана-Лагранжа. Обратная функция как "связный" набор элементов. Порядок ветвления обратной функции в образе критической точки.
10. Теорема об общем виде алгебраической функции.
11. Лемма Шварца. Конформные автоморфизмы круга, комплексной плоскости и расширенной комплексной плоскости.
12. Принцип компактности Монтеля.
13. Теорема Римана. Конформная классификация односвязных областей. Теорема Каратеодори (без доказательства). Принцип соответствия границ (без доказательства).
14. Теорема Кристоффеля-Шварца об общем виде конформного отображения круга на многоугольник.
15. Модулярная функция Шварца. Малая теорема Пикара. Следствие для мероморфных функций. Большая теорема Пикара (без доказательства).
16. Гармонические функции двух переменных: связь с голоморфными функциями, бесконечная дифференцируемость, теорема о среднем, принцип экстремума, теорема единственности, теорема Лиувилля.
17. Задача Дирихле: единственность для ограниченных жордановых областей, сведение к случаю круга.
18. Интеграл Пуассона. Решение задачи Дирихле в круге. Формула Шварца.
19. Теоремы Рунге и следствия из них.
20. Теоремы М.А. Лаврентьева, М.В. Келдыша и С.Н. Мергеляна (без доказательства). Пример Е.П. Долженко компакта без внутренних точек и непрерывной на нем функции, которая не приближается рациональными функциями. Теорема А.Г. Витушкина (без доказательства).