

1. Вспомогательное утверждение: о существовании нетривиального ограниченного функционала, аннулирующего собственное замкнутое подпространство банахова пространства. Теорема о дополняемости конечномерного замкнутого подпространства банахова пространства.
2. Конечномерность ядра и замкнутость образа оператора $I - A$, где $A \in \mathcal{K}(X)$.
3. Соотношения двойственности для ядра и образа операторов $I - A$ и $I - A'$, $A \in \mathcal{K}(X)$. Первая теорема Фредгольма.
4. $\text{Ker}(I - A) = \{0\} \Leftrightarrow \text{Im}(I - A) = X$. Альтернатива Фредгольма.
5. Третья теорема Фредгольма
6. Спектр компактного оператора.
7. Полиноммированные пространства. Пространства основных функций \mathcal{D} , \mathcal{S} . Сходимости и полунормы в них. Плотность \mathcal{D} и \mathcal{S} в $L_2(\mathbb{R})$.
8. Непрерывные операторы в полиноммированных пространствах. Непрерывность оператора дифференцирования и умножения на независимую переменную в \mathcal{D} , \mathcal{S} .
9. Пространства обобщенных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Порядок сингулярности.
10. Достаточное множество в двойственном пространстве. Плотность \mathcal{D} (\mathcal{S}) в \mathcal{D}' (\mathcal{S}') в *-слабой топологии.
11. Действия над обобщенными функциями: умножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена переменных.
12. Решение уравнения $y' = 0$ в \mathcal{D}' . Существование первообразной обобщенной функции.
13. Описание действия обобщенной функции на пространстве $\mathcal{D}(a, b)$.
14. Структура \mathcal{D}' .
15. Носитель обобщенной функции. Структура обобщенной функции с носителем в одной точке.
16. Преобразование Фурье интегрируемых функций и его свойства. Связь гладкости функции со скоростью убывания преобразования Фурье, связь степенной скорости убывания функции с гладкостью преобразования Фурье.
17. Преобразование Фурье в \mathcal{S} и его непрерывность. Формула обращения.
18. Преобразование Фурье в \mathcal{S}' . Инъективность оператора Фурье в $L_1(\mathbb{R})$.
19. Интегральное равенство Парсеваля. Преобразование Фурье в $L_2(\mathbb{R})$, теорема Планшереля.
20. Преобразование Фурье экспоненциально убывающей функции.
21. Полнота системы функций Эрмита.
22. Спектр оператора преобразования Фурье в $L_2(\mathbb{R})$.
23. Свертка интегрируемых функций и ее свойства.
24. Свертка обобщенной функции и основной. Свертка обобщенных функций, условия существования. Оператор свертки в $L_2(\mathbb{R})$.
25. Спектральная теорема в терминах функционального исчисления для непрерывных функций.
26. Спектральная теорема в терминах функционального исчисления для ограниченных борелевских функций. Проекторнозначные меры.
27. Интегральное представление функции от самосопряженного оператора. Явное вычисление проекторнозначных мер для самосопряженного оператора в \mathbb{C}^n и для оператора умножения на непрерывную строго монотонную функцию в $L_2[a; b]$.
28. Циклические векторы. Унитарная эквивалентность самосопряженного оператора с циклическим вектором оператору умножения на независимый аргумент.
29. Унитарная эквивалентность самосопряженного оператора оператору умножения на функцию. Унитарные инварианты самосопряженного оператора (без доказательства).