

ПРОГРАММА КУРСА "ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ"

осень 2018/19 уч.г., лектор -- д.ф.-м.н., профессор М.И.Дьяченко

1. Метрические пространства. Полнота. Теорема о вложенных шарах в метрическом пространстве.
2. Банаховы пространства. Теорема о вложенных шарах в банаховом пространстве.
3. Принцип сжимающих отображений.
4. Теорема о пополнении метрического пространства.
5. Теорема Бэра.
6. Компактность множеств в метрических пространствах. Критерий Хаусдорфа. Определение сепарабельности.
7. Непрерывные функции на метрических компактах. Их свойства.
8. Теорема Асколи -- Арцела.
9. Критерий предкомпактности единичного шара в банаховом пространстве. Эквивалентность норм в R^m .
10. Евклидовы пространства. Неравенство Коши -- Буняковского.
11. Теорема о существовании и единственности элемента наилучшего приближения в гильбертовых пространствах. Теорема о разложении в прямую сумму.
12. Ортономированные системы. Неравенство Бесселя.
13. Теорема Рисса -- Фишера. Процесс ортогонализации.
14. Базисы. Равенство Парсеваля и эквивалентные ему условия. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.
15. Линейные операторы в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Полнота пространства линейных непрерывных операторов.
16. Лемма Цорна (б/д). Существование разрывных линейных функционалов на бесконечномерном линейном нормированном пространстве.
17. Теорема Хана -- Банаха в действительном случае.
18. Теорема Хана -- Банаха в комплексном случае. Следствия теоремы Хана -- Банаха.
19. Линейные непрерывные функционалы на гильбертовом пространстве. Линейные непрерывные функционалы на пространствах L_p (прямая теорема).
20. Линейные непрерывные функционалы на пространствах L_p (обратная теорема).
21. Теорема Рисса об общем виде линейного непрерывного функционала на $C([a,b])$.
22. Пространство, сопряженное $C([a,b])$.
23. Теорема Банаха -- Штейнгауза.
24. Существование непрерывной функции с рядом Фурье, расходящимся в точке.
25. Различные виды сходимости векторов, функционалов и операторов. Теорема о *-слабой компактности единичного шара в пространстве, сопряженном сепарабельному. Сопряженные операторы.
26. Теорема о представлении интеграла от r -той степени измеримой функции с помощью функции распределения.
27. Частный случай интерполяционной теоремы Марцинкевича.
28. Теорема Пэли.
29. Теорема Рисса.
30. Полиномы Рудина - Шапиро.
31. Невозможность усиления теорем Пэли и Хаусдорфа -- Юнга.

Заведующий кафедрой теории
функций и функционального анализа
академик РАН, профессор

Б.С.Кашин

Лектор
д.ф.-м.н., профессор

М.И.Дьяченко