

Экзаменационные вопросы по курсу функционального анализа
(2017-2018 учебный год, второй семестр третьего курса, второй поток)

1. Преобразование Фурье обобщенных функций над \mathcal{S} и над \mathcal{D} .
2. Связь между преобразованием Фурье и дифференцированием в пространствах обобщенных функций.
3. Вложение функций с неинтегрируемыми особенностями в пространство обобщенных функций.
4. Определения преобразования Фурье функций из $\mathcal{L}_2(\mathbb{R})$.
5. Прямые и обратные образы обобщенных функций.
6. Преобразование Фурье обобщенных функций с компактным носителем.
7. Тензорное произведение и свертка обобщенных функций.
8. Дифференцирование и преобразование Фурье свертки.
9. Фундаментальная функция дифференциального оператора и ее применение.
10. Фундаментальное решение задачи Коши и его применение.
11. Фундаментальное решение задачи Коши для уравнения Шредингера.
12. Классификация точек спектра линейного непрерывного оператора. Примеры.
13. Доказательство того, что нормальный оператор в гильбертовом пространстве не имеет остаточного спектра.
14. Критерий Вейля принадлежности комплексного числа спектру нормального оператора.
15. Вещественность спектра самосопряженного оператора.
16. Доказательство того, что если A — самосопряженный оператор, то $\|A\| = \sup\{\|(Ax, x)\| : \|x\| \leq 1\}$
17. Непустота спектра линейного непрерывного оператора.
18. Замкнутость спектра линейного непрерывного оператора.
19. Связь между компактными и вполне непрерывными операторами.
20. Теорема Гильберта-Шмидта.
21. Доказательство того, что замкнутый шар в гильбертовом пространстве секвенциально компактен в слабой топологии.
22. Замкнутость образа оператора, являющегося суммой единичного и компактного.
23. Первая теорема Фредгольма.
24. Альтернатива Фредгольма.
25. Третья теорема Фредгольма.
26. Теорема Шаудера.
27. Аксиомы квантовой механики.
28. Доказательство того, что если A — самосопряженный оператор, то хотя бы одно из чисел $\|A\|$ и $-\|A\|$ принадлежит его спектру.
29. Доказательство того, что спектр многочлена от оператора A совпадает с множеством значений многочлена на спектре оператора A .

30. Теорема об изоморфизме самосопряженного оператора с циклическим вектором и оператора умножения на аргумент в пространстве функций на его спектре, квадратично интегрируемых по некоторой мере.
31. Теорема об изоморфизме самосопряженного оператора прямой сумме операторов умножения на аргумент.
32. Теорема о том, что самосопряженный оператор в сепарабельном гильбертовом пространстве изоморфен оператору умножения на ограниченную вещественную функцию в пространстве $\mathcal{L}_2(\mathbb{R}, \nu)$.
33. Спектральная теорема фон Неймана.
34. Спектральная теорема, основанная на использовании спектральной меры.