Программа курса
«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»
3 курс отделения математики, 2 поток
осенний семестр 2014/15 года

1. Полные метрические пространства. Теоремы о вложенных шарах и Бэра.
2. Существование неподвижной точки у сжимающих отображений полных метрических пространств.
3. Теорема о пополнении полных метрических пространств, связь полноты и замкнутости.
4. Компактные метрические пространства, критерии компактности.
5. Обобщенная теорема Арцела.
6. Нормированные пространства. Продолжение линейного непрерывного функционала.
7. Общий вид ограниченного линейного функционала в $C([a,b])$.
8. Евклидовы пространства, неравенство Коши – Буняковского. Теорема об ортогональной проекции.
9. Общий вид линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве.
10. Норма линейного оператора. Формулы $\|A\| = \|A^*\|$, $\|A^*A\| = \|A\|^2$.
11. Резольвента оператора, ее аналитические свойства, спектральный радиус.
12. Спектр оператора, непустота спектра ограниченных операторов.
13. Связь нормы и спектрального радиуса.
14. Спектральная теорема для ограниченного самосопряженного оператора.
15. Принцип равномерной ограниченности.
16. Теорема Банаха об обратном операторе.
17. Слабая компактность шара в пространстве, сопряженном к сепарабельному нормированному.
18. Компактные операторы (основные свойства).
19. Диагонализуемость компактных самосопряженныхх операторов.
20. Теорема Вейля о компактных возмущениях.
21. Компактность интегральных операторов Гильберта – Шмидта.
22. Сохранение компактности при сопряжении.
23. Эквивалентность норм в конечномерных пространствах.
24. Лемма о почти–перпендикуляре.
25. Собственные значения компактных операторов.
26. Первая теорема Фредгольма.
27. Вторая теорема Фредгольма.
28. Биортогональная система. Третья теорема Фредгольма.

Лектор, профессор А. М. Степин

Заведующий кафедрой теории функций и функционального анализа, академик РАН, профессор Б. С. Кашин