

**Программа курса «Функциональный анализ»  
Мех-мат, 3 курс, 2 поток, весна 2012/13 уч.г.**

1. Лемма о спектре многочлена от оператора. Понятие банаховой алгебры. Непрерывное исчисление от самосопряженного оператора. Пример: непрерывное исчисление от оператора умножения на функцию.
2. Общий вид линейного непрерывного функционала на  $C(K)$ , где  $K$  — компакт на прямой. Спектральная теорема для самосопряженного оператора с циклическим вектором.
3. Спектральная теорема для самосопряженного оператора в сепарабельном гильбертовом пространстве. Непрерывное исчисление от унитарно эквивалентных операторов.
4. Разложение единицы в гильбертовом пространстве. Интеграл по разложению единицы от непрерывной функции.
5. Непрерывное исчисление от оператора, представленного как интеграл по разложению единицы. Положительные операторы и их свойства.
6. Разложение единицы, ассоциированное с самосопряженным оператором. Спектральная теорема в терминах интеграла по разложению единицы.
7. Линейные топологические и полинормированные пространства. Критерии хаусдорфовости и нормируемости топологии полинормированного пространства.
8. Критерий метризуемости топологии полинормированного пространства.
9. Пространства основных функций. Примеры. Стандартная сходимость в  $\mathcal{D}(\mathbb{R}^m)$  и ее связь с системой допустимых полунорм.
10. Эквивалентные определения непрерывности линейного отображения на  $\mathcal{D}(\mathbb{R}^m)$ . Непрерывность операторов дифференцирования в пространствах основных функций.
11. Пространства обобщенных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Достаточность запаса основных функций. Умножение на гладкие функции в пространствах обобщенных функций.
12. Дифференцирование в пространствах обобщенных функций. Существование первообразной от обобщенной функции одного переменного.
13. Теорема о разбиении единицы. Носитель обобщенной функции.
14. Лемма об оценке обобщенной функции с компактным носителем. Строение обобщенной функции с компактным носителем.
15. Строение обобщенной функции с носителем в точке.
16. Преобразование Фурье в пространстве  $L_1(\mathbb{R})$ . Признак Дини. Теорема единственности.
17. Производная преобразования Фурье и преобразование Фурье производной.
18. Преобразование Фурье на пространстве  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ . Лемма о плотности  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$  в  $L_p(\mathbb{R})$ .
19. Теорема Планшереля о преобразовании Фурье в  $L_2(\mathbb{R})$ . Преобразование Фурье на  $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ .
20. Формула суммирования Пуассона. Достаточное условие тотальности системы  $\{x^n \rho(x)\}$  в  $L_2(\mathbb{R})$ .
21. Свертки интегрируемых функций. Связь свертки и преобразования Фурье.
22. Свертка гладкой функции с обобщенной. Плотность множества гладких функций в  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ .

Лектор, д.ф.-м.н., доцент

А. Н. Бахвалов

Зав. кафедрой ТФФА, академик РАН

Б. С. Кашин