

Программа «Функциональный анализ» 5 семестр, 2 поток, 2011/2012,

лектор - профессор Рыжиков Валерий Валентинович.

1. Полные метрические пространства. Теоремы Бэра о вложенных шарах и категориях.
2. Существование непрерывных функций, не обладающих конечными производными.
3. Нормированные пространства. Банаховы пространства. Полнота пространства непрерывных функций на отрезке  $[0,1]$ . Полнота  $l_1$ .
4. Эквивалентность норм в конечномерных пространствах. Замкнутость конечномерных подпространств.
5. Теорема Хана-Банаха, случай вещественных пространств.
6. Комплексный вариант теоремы Хана-Банаха и ее следствия.
7. Норма оператора. Эквивалентность ограниченности и непрерывности линейных операторов в нормированных пространствах.
8. Полнота сопряженного пространства. Полнота пространства ограниченных операторов, действующих в банаховых пространствах.
9. Теорема Банаха-Штейнгауза. 10. Теорема Банаха об обратном операторе.
11. Устойчивость обратимости операторов.
12. Гильбертовы пространства. О перпендикуляре к замкнутому подпространству. Существование ПОНС в сепарабельном гильбертовом пространстве.
13. Теорема об ортогональном дополнении. Общий вид линейного функционала в гильбертовом пространстве.
14. Сопряженный оператор (в гильбертовом пространстве), его существование и равенство  $\|A^*\| = \|A\|$
15. Примеры вычисления спектров. Спектр оператора умножения на ограниченную функцию.
16. Ограниченность и замкнутость спектра непрерывного оператора в банаховом пространстве. 17. Непустота спектра.
18. Вещественность спектра самосопряженных операторов.
19. Лемма о почти перпендикуляре. Некомпактность тождественного оператора в  $\infty$ -мерном пространстве.
20. Свойства компактных операторов. Примеры компактных операторов.
21. Компактность интегрального оператора в  $L_1(0,1)$  с непрерывным ядром.
22. Компактность интегрального оператора с ядром из  $L_2[0,1]^2$ .
23. Эквивалентность компактности операторов  $A^*A, A, A^*$ .
24. Ограниченность слабой и \*-слабой сходящейся последовательности.
25. \*-Слабая компактность шара. 26. Теорема Гильберта-Шмидта. 27. Теорема Фредгольма (доказательство для гильбертовых пространств)