

**Программа по курсу действительного анализа**  
**2 курс, 2 поток, 2016-2017 учебный год**  
**Лектор профессор В. В. Рыжиков**

1. Системы множеств (полукольца, кольца, алгебры, сигма-алгебры. Примеры. Стандартная мера на полукольце промежутков в  $R^n$  и ее счетная аддитивность.
2. Теорема о минимальном кольце, порожденном полукольцом. Продолжение меры с полукольца на минимальное кольцо.
3. Сохранение счетной аддитивности при продолжении с полукольца на минимальное кольцо.
4. Эквивалентность счетной полуаддитивности и счетной аддитивности меры на полукольце.
5. Связь счетной аддитивности и непрерывности меры.
6. Внешняя мера Лебега и ее счетная полуаддитивность. Совпадение внешней меры Лебега с мерой на элементах исходного кольца.
7. Измеримые по Лебегу множества образуют алгебру.
8. Мера Лебега. Аддитивность меры Лебега.
9. Измеримые множества образуют сигма-алгебру. Счетная аддитивность меры Лебега.
10. Существование неизмеримых по Лебегу множеств на отрезке.
11. Теорема Витали.
12. Измеримые функции. Свойства измеримых функций.
13. Измеримость предела последовательности измеримых функций. Сходимость почти всюду.
14. Сходимость по мере. Связь между сходимостью почти всюду и сходимостью по мере. Теорема Рисса о подпоследовательности, сходящейся почти всюду.
15. Теорема Егорова.
16. Теорема Лузина.
17. Интеграл Лебега для простых функций и его свойства.
18. Определение интеграла Лебега. Свойства интеграла Лебега.
19. Счетная аддитивность интеграла Лебега. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега.
20. Теорема Лебега о предельном переходе.
21. Теорема Леви о предельном переходе. Теорема Фату.
22. Счетная аддитивность произведения счетно-аддитивных мер. Прямое произведение мер.
23. Теорема Фубини.
24. Заряды. Разложение Хана.
25. Теорема Радона-Никодима.
26. Полнота пространства  $L_1$ . Неравенства Гельдера и Минковского (б/д).
27. Дифференцируемость почти всюду монотонных функций.
28. Абсолютно непрерывные функции. Их представление в виде разности двух монотонных функций. Формула Ньютона-Лейбница для абсолютно непрерывных функций.
29. Формула интегрирования по частям для абсолютно непрерывных функций.

Заведующий кафедрой теории функций и функционального анализа,  
академик РАН

/Б. С. Кашин/

Профессор кафедры теории функций и функционального анализа

/В. В. Рыжиков./