

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО КУРСУ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА  
(ВЕСЕННИЙ СЕМЕСТР 2015 ГОДА, ВТОРОЙ ПОТОК)**

1. Продолжение конечно аддитивной меры с полукольца на порожденное кольцо.
2. Доказательство неравенства  $|\nu^* A - \nu^* B| \leq \nu^*(A \Delta B)$ .
3. Совпадение  $\nu^*$  и  $\nu$  на области определения меры  $\nu$ .
4. Доказательство того, что множество  $\nu$ -измеримых подмножеств является  $\sigma$ -алгеброй.
5. Доказательство того, что внешняя мера  $\nu^*$  счетно аддитивна на  $\sigma$ -алгебре  $\nu$ -измеримых подмножеств.
6. Доказательство единственности продолжения счетно аддитивной меры с алгебры на порожденную  $\sigma$ -алгебру.
7. Счетная аддитивность меры Лебега (на полукольце полуинтервалов вещественной прямой).
8. Два определения измеримости вещественной функции на измеримом пространстве и их эквивалентность.
9. Доказательство того, что всякая измеримая функция является пределом последовательности простых функций.
10. Доказательство измеримости функции, являющейся пределом сходящейся последовательности измеримых функций.
11. Доказательство существования неизмеримого по Лебегу подмножества вещественной прямой.
12. Связь между сходимостью почти всюду и сходимостью по мере.
13. Критерий счетной аддитивности конечной меры на кольце множеств.
14. Определение интеграла Лебега для измеримых функций.
15. Неравенство Чебышева.
16. Теорема Бешпо Леви.
17. Теорема Фату-Лебега.
18. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
19. Теорема Фату.
20. Доказательство того, что интегрируемая по Риману функция интегрируема по Лебегу и интегралы совпадают.

21. Связь между интегралом Лебега и несобственным интегралом Римана.
22. Замена переменной в интеграле Лебега.
23. Равносильность двух определений абсолютной непрерывности одной меры относительно другой.
24. Счетная аддитивность и абсолютная непрерывность интеграла Лебега.
25. Теорема Радона-Никодима.
26. Теорема Хана-Жордана.
27. Неравенство Гельдера.
28. Неравенство Минковского.
29. Полнота пространств  $\mathcal{L}_p$  при  $p \geq 1$ .
30. Счетная аддитивность произведения двух счетно аддитивных мер.
31. Теорема Фубини.
32. Дифференцирование интеграла Лебега с переменным верхним пределом.
33. Восстановление абсолютно непрерывной функции по ее производной.
34. Связь между интегралами Римана-Стилтьеса и Лебега-Стилтьеса (без доказательства).
35. Формулы интегрирования по частям для интеграла Римана-Стилтьеса и для интеграла Лебега.