

Программа по действительному анализу, второй поток, 2014.

1. Системы множеств (полукольца, кольца, алгебры, σ -алгебры). Примеры. Стандартная мера на полукольце промежутков в R^n и ее σ -аддитивность (счетная аддитивность объема).
2. Теорема о минимальном кольце, порожденном полукольцом. Продолжение меры с полукольца на минимальное кольцо.
3. Сохранение счетной аддитивности при продолжении с полукольца на минимальное кольцо.
4. Эквивалентность счетной полуаддитивности и счетной аддитивности меры на полукольце.
5. Связь счетной аддитивности и непрерывности меры на кольце.
6. Внешняя мера Лебега и ее счетная полуаддитивность. Совпадение внешней меры Лебега с мерой на элементах исходного кольца.
7. Измеримые по Лебегу множества образуют алгебру.
8. Мера Лебега. Аддитивность меры Лебега.
9. Измеримые множества образуют σ -алгебру. Счетная аддитивность меры Лебега. Понятие σ -конечной меры.
10. Существование неизмеримых по Лебегу множества на отрезке.
11. Теорема о плотности в точках измеримого множества на отрезке.
12. Измеримые функции. Свойства измеримых функций.
13. Измеримость предела последовательности измеримых функций. Сходимость почти всюду. Критерий сходимости почти всюду на множестве конечной меры.
14. Сходимость по мере. Связь между сходимостью почти всюду и сходимостью по мере. Теорема Рисса о подпоследовательности, сходящейся почти всюду.
15. Теорема Егорова.
16. Теорема Лузина.
17. Интеграл Лебега для простых функций и его свойства.
18. Определение интеграла Лебега. Свойства интеграла Лебега.

19. Неравенство Чебышева. Счетная аддитивность интеграла Лебега.
20. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Теорема Лебега о предельном переходе.
21. Теорема Б. Леви о предельном переходе. Теорема Фату.
22. Счетная аддитивность произведения счетно-аддитивных мер. Прямое произведение мер.
23. Теорема Фубини. Достаточное условие существования двойного интеграла (теорема Тонелли).
24. Заряды. Разложения Хана и Жордана.
25. Теорема Радона-Никодима.
26. Полнота пространств L_1 . Неравенства Гельдера и Минковского (б/д).
27. Теорема Витали. Дифференцируемость почти всюду монотонных функций.
28. Абсолютно непрерывные функции. Их представление в виде разности двух монотонных функций. Формула Ньютона-Лейбница для абсолютно непрерывных функций.

Профессор

Рыжиков В.В.

Утверждаю
зав. кафедрой ТФФА
академик

Кашин Б.С.