

Статистический практикум

Задание N 6

Статистические методы выбора семейства распределения данных

Пусть $y = (y_1, \dots, y_n)^T$, $y_i \in R_+^1$, y_i – н.о.р. случайные величины, $i = \overline{1, n}$.
Обозначим

$\mathcal{L}(y_1)$ – функцию распределения случайной величины y_1 ;

$\mathcal{L}'(y_1)$ – плотность распределения случайной величины y_1 ;

\mathcal{F}_i – семейство порождающих распределений при гипотезе $\Gamma_i, i = 1, 2$;

Γ_i – гипотезу о типе порождающего распределения, $i = 1, 2$;

$S_i(y)$ – достаточную статистику при гипотезе $\Gamma_i, i = 1, 2$;

$g(\theta_0)$ – параметрическую функцию, подлежащую
доверительному оцениванию;

$T(y)$ – статистику критерия ;

$a_1(\theta_0) = \mathbf{E}\{y_1; \theta_0\}$ – среднее для y_1 при принятой гипотезе ;

$R(u; \theta_0) = 1 - F_0(u; \theta_0)$ – функцию надежности (дожития)
при принятой гипотезе ;

$\zeta_q(\theta_0)$ – q – квантиль функции распределения F_0 , т.е. $F_0(\zeta_q(\theta_0); \theta_0) = q$.

- 6.1 Разработайте алгоритм порождения случайных величин с распределением из $\mathcal{F}_i, i = 1, 2$.
- 6.2 Составьте программу для компьютерного порождения выборок с распределением из $\mathcal{F}_i, i = 1, 2$.
- 6.3 Проверьте качество построенного датчика на основе графических и компьютерно-аналитических методов.
- 6.4 Создайте каталог графиков плотностей распределения $\mathcal{L}'(y_1)$ при гипотезах Γ_1 и Γ_2 , выбрав характерные значения параметров этих плотностей.

Используя данные таблицы В:

- 6.5 Найдите $\check{\theta}_n$ – ОМП и $\tilde{\theta}_n$ – моментные оценки для θ_0 при гипотезах Γ_1 и Γ_2 .
- 6.6 Постройте гистограммы и ядерные (на основе ядра K_i) оценки для $\mathcal{L}'(y_1)$ и нанесите на эти графики параметрические оценки плотностей распределения $\mathcal{L}'(y_1)$ при гипотезах Γ_1 и Γ_2 , используя оценки из п.6.5.

- 6.7 При графической проверке гипотезы Γ_1 против альтернативы Γ_2 постройте соответствующие "Р-Р" вероятностные графики. Предварительно выявите к каким кривым будут стремиться "Р-Р" вероятностные графики как при справедливости гипотезы Γ_1 , так и в случае справедливости гипотезы Γ_2 .
- 6.8 Для выбора гипотезы о типе распределения данных используйте статистику критерия T . Найдите ее наблюдаемый уровень значимости. Сравните его значение с ошибкой первого рода α_1 . Примете ли Вы гипотезу Γ_1 ?
- 6.9 Оцените мощность критерия на основе статистики T .
- 6.10 Считая, что $n \rightarrow \infty$, где n объем данных, в рамках принятой гипотезы постройте \underline{g} - асимптотическую нижнюю γ -доверительную границу для $g(\theta_0)$ на основе $\check{\theta}_n$ - ОМП параметра θ_0 . В качестве значения u возьмите оценку q -квантиля порождающей функции распределения в рамках принятой Вами гипотезы.
- 6.11 Какова асимптотическая относительная ошибка \underline{g} если принятая Вами гипотеза ошибочна?

Параметры задания N 6 статистического практикума

6.1 Семейства распределений \mathcal{G}_1 , образующих гипотезу Γ_1 .

Пусть $y = (y_1, \dots, y_n)^T$, $y_i \in R_+^1$, y_i - н.о.р. случайные величины, $i = \overline{1, n}$.

6.1.1 Семейство распределений *Бирнбаума-Сондерса* (\mathcal{BS}).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} BS(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}(y_1) = BS(u; \alpha_0, \sigma_0) = \Phi(\alpha^{-1}\varepsilon(u/\sigma_0)), \quad u > 0,$$

где

$$\xi(u) = u^{1/2} - u^{-1/2}, \quad u > 0,$$

$$\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T, \quad \alpha_0 > 0, \quad \sigma_0 > 0, \quad \alpha_0 - \text{параметр формы,}$$

$$\sigma_0 - \text{параметр масштаба.}$$

Относительно свойств семейства \mathcal{BS} см. [2] - [5], а также приложение ???.

6.1.2 Семейство *логнормальных распределений* (\mathcal{LOGN}).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} LOGN(\mu_0, \sigma_0),$$

т.е.

$$y_1 \stackrel{d}{=} \exp\{N(\mu_0, \sigma_0^2)\},$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0 u} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln u - \mu_0}{\sigma_0}\right)^2\right\},$$

$$u > 0, \quad \theta_0 = (\mu_0, \sigma_0^2), \quad -\infty < \mu_0 < \infty, \quad \sigma_0^2 > 0.$$

6.1.3 Семейство *обратно-гауссовски* распределений ($INVG$).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} INVG(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = invg(u; \alpha_0, \sigma_0) = \frac{1}{\sigma_0} \sqrt{\frac{\alpha_0}{2\pi \left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^3}} \cdot \exp\left\{-\frac{\alpha_0 \left(\frac{u}{\sigma_0} - 1\right)^2}{2\frac{u}{\sigma_0}}\right\}, \quad u > 0,$$

$$\mathcal{L}(y_i) = INVG(u; \alpha_0, \sigma_0) = \Phi\left(\sqrt{\frac{\alpha_0 \sigma_0}{u}} \left(\frac{u}{\sigma_0} - 1\right)\right) + e^{2\alpha_0} \Phi\left(-\sqrt{\frac{\alpha_0 \sigma_0}{u}} \left(\frac{u}{\sigma_0} + 1\right)\right), \quad u > 0,$$

где $\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T$, $\alpha_0 > 0$, α_0 – параметр формы, $\sigma_0 > 0$, σ_0 – параметр масштаба.

6.1.4 Семейство *гамма* распределений (\mathcal{G}).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} G(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{u^{\alpha_0-1} \exp\{-u/\sigma_0\}}{\sigma_0^{\alpha_0} \Gamma(\alpha_0)}, \quad u > 0,$$

$$\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T, \quad \alpha_0 > 0, \quad \sigma_0 > 0.$$

6.1.5 Семейство распределений *Вейбулла* (\mathcal{W}).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} W(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{\alpha_0}{\sigma_0} \left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0-1} \exp\left\{-\left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0}\right\}, \quad u > 0,$$

$$\mathcal{L}(y_1) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0}\right\}, \quad u > 0,$$

$$\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T, \quad \alpha_0 > 0, \quad \sigma_0 > 0.$$

6.1.6 Семейство распределений *Парето первого рода* ($PAR1$).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$\mathcal{L}'(y_1) = \alpha_0 \frac{\sigma_0^{\alpha_0}}{u^{\alpha_0+1}} \mathbf{I}(u > \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}(y_1) = 1 - \left(\frac{\sigma_0}{u}\right)^{\alpha_0},$$

$\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T$, $\alpha_0 > 0$, α_0 – параметр формы, $\sigma_0 > 0$, σ_0 – одновременно и параметр масштаба, и пороговый параметр носителя меры.

6.1.7 Семейство логлогистических распределений ($\mathcal{LLOGIST}$).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{\alpha_0 \left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0-1}}{\sigma_0 \left(1 + \left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0}\right)^2},$$

$$u > 0, \quad \theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0), \quad \alpha_0 > 0, \quad \sigma_0 > 0,$$

6.2 Семейства распределений \mathcal{G}_2 , образующих гипотезу Γ_2 .

6.2.1 Семейство распределений Бирнбаума-Сондерса (\mathcal{BS}).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} BS(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}(y_1) = BS(u; \alpha_0, \sigma_0) = \Phi(\alpha^{-1} \varepsilon(u/\sigma_0)), \quad u > 0,$$

где

$$\xi(u) = u^{1/2} - u^{-1/2}, \quad u > 0,$$

$$\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T, \quad \alpha_0 > 0, \quad \sigma_0 > 0, \quad \alpha_0 \text{ – параметр формы,}$$

σ_0 – параметр масштаба.

Относительно свойств семейства \mathcal{BS} см. [2] - [5], а также приложение ???.

6.2.2 Семейство логнормальных распределений (\mathcal{LOGN}).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} LOGN(\mu_0, \sigma_0),$$

т.е.

$$y_1 \stackrel{d}{=} \exp\{N(\mu_0, \sigma_0^2)\},$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0 u}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln u - \mu_0}{\sigma_0}\right)^2\right\},$$

$$u > 0, \quad \theta_0 = (\mu_0, \sigma_0^2), \quad -\infty < \mu_0 < \infty, \quad \sigma_0^2 > 0.$$

6.2.3 Семейство обратно-гауссовских распределений ($\mathcal{INV}\mathcal{G}$).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} INVG(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = invg(u; \alpha_0, \sigma_0) = \frac{1}{\sigma_0} \sqrt{\frac{\alpha_0}{2\pi \left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^3}} \cdot \exp\left\{-\frac{\alpha_0 \left(\frac{u}{\sigma_0} - 1\right)^2}{2\frac{u}{\sigma_0}}\right\}, \quad u > 0,$$

$$\mathcal{L}(y_i) = \mathcal{INV}\mathcal{G}(u; \alpha_0, \sigma_0) = \Phi\left(\sqrt{\frac{\alpha_0\sigma_0}{u}} \left(\frac{u}{\sigma_0} - 1\right)\right) + e^{2\alpha_0} \Phi\left(-\sqrt{\frac{\alpha_0\sigma_0}{u}} \left(\frac{u}{\sigma_0} + 1\right)\right), \quad u > 0,$$

где $\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T$, $\alpha_0 > 0$, α_0 – параметр формы, $\sigma_0 > 0$, σ_0 – параметр масштаба.

6.2.4 Семейство *гамма* распределений (\mathcal{G}).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} G(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{u^{\alpha_0-1} \exp\{-u/\sigma_0\}}{\sigma_0^{\alpha_0} \Gamma(\alpha_0)}, \quad u > 0,$$

$$\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T, \quad \alpha_0 > 0, \quad \sigma_0 > 0.$$

6.2.5 Семейство распределений *Вейбулла* (\mathcal{W}).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$y_1 \stackrel{d}{=} W(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{\alpha_0}{\sigma_0} \left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0-1} \exp\left\{-\left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0}\right\}, \quad u > 0,$$

$$\mathcal{L}(y_1) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0}\right\}, \quad u > 0,$$

$$\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T, \quad \alpha_0 > 0, \quad \sigma_0 > 0.$$

6.2.6 Семейство распределений *Парето первого рода* ($\mathcal{PAR1}$).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$\mathcal{L}'(y_1) = \alpha_0 \frac{\sigma_0^{\alpha_0}}{u^{\alpha_0+1}} \mathbf{I}(u > \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}(y_1) = 1 - \left(\frac{\sigma_0}{u}\right)^{\alpha_0},$$

$\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T$, $\alpha_0 > 0$, α_0 – параметр формы, $\sigma_0 > 0$, σ_0 – одновременно и параметр масштаба, и пороговый параметр носителя меры.

6.2.7 Семейство *логлогистических* распределений ($\mathcal{LLOGIST}$).

Обозначение случайной величины и принятая параметризация семейства определяется следующим образом:

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{\alpha_0 \left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0-1}}{\sigma_0 \left(1 + \left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0}\right)^2},$$

$$u > 0, \quad \theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0), \quad \alpha_0 > 0, \quad \sigma_0 > 0,$$

6.3 Набор статистик критериев $T(y)$.

Пусть $y = (y_1, \dots, y_n)$, $y_i \in R^1$, y_i – н.о.р. случайные величины, $i = \overline{1, n}$,

$$\mathcal{L}(y_1) = F_0(u, \theta_0), \theta_0 \in \Theta.$$

При Γ_i функция распределения $F_0(u, \theta_0) \in \mathcal{F}_i$, $i = \overline{1, 2}$.

Для семейств распределений BS, W и LLOGIST наблюдаемые уровни значимости (модифицированных) статистик Колмогорова, Крамера-фон Мизеса, Андерсона-Дарлинга и “остаточного среднего времени жизни” оцениваются на основе метода бутстрепа (см. приложение 5.2), а для семейств распределения LOGN, INVG, G, PAR1 – на основе метода достаточного эмпирического усреднения (см. приложение 5.3). Для остальных статистик (отношения максимумов правдоподобий и критериев типа хи-квадрат) приближенные уровни значимости вычисляются по таблицам распределения хи-квадрат.

6.3.1 Статистика Колмогорова

$$T_1(y) = \sqrt{n} \sup_u | \hat{F}_n(u) - F_0(u; \hat{\theta}(y)) |,$$

где $\hat{\theta}(y)$ – “подходящая” оценка для параметра θ_0 .

Покажите, что

$$T_1(y) = \max_{1 \leq i \leq n} \left(\max \left(\left(\frac{i}{n} - Z_{(i)} \right), \left(Z_{(i)} - \frac{i-1}{n} \right) \right) \right),$$

где $Z_{(i)} = F_0(y_{(i)}; \hat{\theta}(y))$.

6.3.2 Статистика Крамера-фон Мизеса

$$T_2(y) = n \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{F}_n(u) - F_0(u; \hat{\theta}(y)) \right)^2 dF_0(u; \hat{\theta}(y)),$$

где $\hat{\theta}(y)$ – “подходящая” оценка для параметра θ_0 .

Покажите, что

$$T_2(y) = \sum_{i=1}^n \left(Z_{(i)} - \frac{2i-1}{2n} \right)^2 + \frac{1}{12n},$$

где $Z_{(i)} = F_0(y_{(i)}; \hat{\theta}(y))$.

6.3.3 Статистика Андерсона-Дарлинга

$$T_3(y) = n \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{F}_n(u) - F_0(u; \hat{\theta}(y)) \right)^2 \cdot \left(F_0(u; \hat{\theta}(y))(1 - F_0(u; \hat{\theta}(y))) \right)^{-1} dF_0(u; \hat{\theta}(y)),$$

где $\hat{\theta}(y)$ – “подходящая” оценка для параметра θ_0 .

Покажите, что

$$T_3(y) = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \ln(Z_{(i)}(1 - Z_{(i)})) - n,$$

где $Z_{(i)} = F_0(y_{(i)}; \hat{\theta}(y))$.

6.3.4 Статистика отношения максимумов правдоподобий

$$T_4(y) = 2 \ln \frac{\max_{\theta \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2} p(y, \theta)}{\max_{\theta \in \Gamma_1} p(y, \theta)}.$$

При выполнении условий *теоремы об отношении максимумов правдоподобий* (см. Приложение ...) и $n \rightarrow \infty$

$$T_4(y) \stackrel{d}{=} \chi_{\dim \Gamma_1 \cup \Gamma_2 - \dim \Gamma_1}^2 + o_d(1),$$

см. приложение 5.3.

6.3.5 Статистика “остаточного среднего времени жизни”

Пусть

$$r(u, \theta) = \frac{\int_u^\infty (1 - F_0(v, \theta_0)) dv}{1 - F_0(u, \theta_0)},$$

$$r_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - u) \mathbf{I}(y_i \geq u)}{\sum_{i=1}^n \mathbf{I}(y_i \geq u)} - u.$$

Статистику критерия можно взять в следующем виде

$$T_5(y) = \sqrt{n} \sup_u |r_n(u) - r(u; \hat{\theta}(y))|,$$

где $\hat{\theta}(y)$ – “подходящая” оценка для параметра θ .

6.3.6 Статистика хи-квадрат Пирсона для проверки сложной гипотезы

Пусть

$$a_0 = -\infty < a_1 < a_2 < \dots < a_{r-1} < a_r = \infty,$$

$$\nu_j = \sum_{i=1}^n \mathbf{I}(a_{j+1} < y_i < a_j), \quad \sum_{j=1}^r \nu_j = n,$$

$$p_j(\theta_0) = F_0(a_{j+1}; \theta_0) - F_0(a_j; \theta_0),$$

$$p_j(\theta_0) > 0 \quad \text{для всех } j = \overline{1, r}, \quad \dim \theta_0 = m, \quad \sum_{j=1}^r p_j(\theta_0) = 1.$$

Статистика хи-квадрат критерия Пирсона имеет вид

$$X^2(\tilde{\theta}_n) = \sum_{j=1}^r \frac{(\nu_j - np_j(\tilde{\theta}_n))^2}{np_j(\tilde{\theta}_n)},$$

где

$$\tilde{\theta}_n = \mathop{Arg} \min_{\theta \in \Theta} X^2(\theta)$$

или

$$\tilde{\theta}_n = \mathop{Arg} \max_{\theta \in \Theta} \prod_{j=1}^r \frac{(p_j(\theta))^{\nu_j}}{\nu_j!}.$$

При выполнении условий *теоремы о свойствах хи-квадрат статистики Пирсона* при проверке сложной гипотезы (см. Приложение ...) и $n \rightarrow \infty$

$$X^2(\tilde{\theta}_n) \stackrel{d}{=} \chi_{r-1-m}^2 + o_d(1),$$

см. приложение 5.2.

6.3.7 Статистика хи-квадрат в форме Никулина-Джапаридзе, см. ([])

Пусть

$$a_0 = -\infty < a_1 < a_2 < \dots < a_{r-1} < a_r = \infty,$$

$$\nu_j = \sum_{i=1}^n \mathbb{I}(a_{j+1} < y_i < a_j), \quad \sum_{j=1}^r \nu_j = n,$$

$$p_j(\theta_0) = F_0(a_{j+1}; \theta_0) - F_0(a_j; \theta_0),$$

$$p_j(\theta_0) > 0 \quad \text{для всех } j = \overline{1, r}, \quad \dim \theta_0 = m, \quad \sum_{j=1}^r p_j(\theta_0) = 1,$$

$$X^2(\tilde{\theta}_n) = \sum_{j=1}^r \frac{(\nu_j - np_j(\tilde{\theta}_n))^2}{np_j(\tilde{\theta}_n)}.$$

Далее предположим, что для всех $\theta \in \Theta$, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)^T$, выполнены также следующие условия

$$\mathcal{Y}_1 : \frac{\partial^2 p_j(\theta)}{\partial \theta_k \partial \theta_s} - \text{непрерывные функции для } k, s = \overline{1, m};$$

$$\mathcal{Y}_2 : \text{матрица } A(\theta) = \left(\frac{\partial p_j(\theta)}{\partial \theta_k}; j = \overline{1, r}, k = \overline{1, m} \right) \text{ имеет ранг } m.$$

Введем также следующие величины:

$$\text{вектор } L(\theta) = (l_1(\theta), \dots, l_m(\theta))^m,$$

$$l_j(\theta) = \sum_{i=1}^r \frac{\nu_i}{np_i(\theta)} \frac{\partial p_i(\theta)}{\partial \theta_j}, \quad j = \overline{1, m},$$

$$\text{и матрицу } J(\theta) = (J_{ks}(\theta)), \quad \text{где } k, s = \overline{1, m}, \quad \text{где}$$

$$J_{ks}(\theta) = \sum_{i=1}^r \frac{1}{p_i(\theta)} \frac{\partial p_i(\theta)}{\partial \theta_k} \frac{\partial p_i(\theta)}{\partial \theta_s}, \quad k, s = \overline{1, m}.$$

Имеет место следующее утверждение: если оценка $\tilde{\theta}_n$ является \sqrt{n} -состоятельной, то $W^2(\tilde{\theta}_n)$ – статистика хи-квадрат в форме Никулина-Джапаридзе обладает следующим свойством:

$$W^2(\tilde{\theta}_n) = X^2(\tilde{\theta}_n) - nL^T(\tilde{\theta}_n)J^{-1}(\tilde{\theta}_n)L(\tilde{\theta}_n) \stackrel{d}{=} \chi_{r-1-m}^2 + o_d(1),$$

см.[...]

6.4 ПАРКА_SP\ZADAN_6\tab_dan_w.txt

Набор таблиц данных (таблицы В)

Таблицы 6.1–6.3 содержат экспериментальные данные о времени жизни алюминиевых полос, подверженных изгибающим (18 циклов изгибаний в секунду)

нагрузкам. Время жизни полосы исчисляется в числе циклов нагрузок умноженном на 10^{-3} до появления в испытуемом образце трещины. Испытания проводились при различных амплитудах изгибания: 31 рсі (таблица 6.1), 26 рсі (таблица 6.2) и 21 рсі (таблица 6.3). В таблице 6.4 приводятся данные об объемах исков на выплату ущербов при страховании от пожаров в Швеции. В таблице 6.5 приводится эмпирическая функция распределения объема ущерба L в связи с причинением вреда здоровью.

Таблица 6.1

70	90	96	97	99	100	103	104
104	105	107	108	108	108	109	109
112	112	113	114	114	114	116	119
120	120	120	121	121	123	124	124
124	124	124	128	128	129	139	130
130	130	131	131	131	131	131	132
132	132	133	134	134	134	134	134
136	136	137	138	138	138	139	139
141	141	142	142	142	142	142	142
144	144	145	146	148	148	149	151
151	152	155	156	157	157	157	157
158	159	162	163	163	164	166	166
168	170	174	196	212			

Таблица 6.2

233	258	268	276	290	310	312	315
318	321	321	329	335	336	338	338
342	342	342	344	349	350	350	351
351	352	352	356	358	358	358	362
363	366	367	370	370	372	372	374
375	376	379	379	380	382	382	389
395	396	400	400	400	403	403	406
408	408	410	412	414	416	416	416
420	422	423	426	428	432	432	433
433	437	438	439	439	443	445	445
452	456	456	460	464	466	468	470
470	473	474	476	476	486	488	489
490	491	503	517	540	560		

Таблица 6.3

370	706	716	746	785
797	844	855	858	886
886	930	960	988	990
1000	1010	1016	1018	1020
1055	1085	1102	1102	1108
1115	1120	1134	1140	1199
1200	1200	1203	1222	1235
1238	1252	1258	1262	1269
1270	1290	1293	1300	1310
1313	1315	1330	1355	1390
1416	1419	1420	1420	1450
1452	1475	1478	1481	1485
1502	1505	1513	1522	1522
1530	1540	1560	1567	1578
1594	1602	1604	1608	1630
1642	1674	1730	1750	1750
1763	1768	1781	1782	1792
1820	1868	1881	1890	1893
1895	1910	1923	1940	1945
2023	2100	2130	2215	2268
2440				

Таблица 6.4

1,335	0,630	3,460	0,900	5,325	0,690	0,979	0,800
0,565	1,000	0,839	6,100	1,250	0,500	4,708	0,000
0,799	5,193	1,401	2,500	1,060	0,600	1,326	0,750
1,486	2,800	1,997	1,000	14,400	2,000	0,675	5,093
0,625	0,510	0,830	0,000	0,564	0,696	0,350	0,875
3,860	10,194	1,265	1,600	3,100	0,225	1,050	0,537
8,967	0,548	0,110	2,858	0,320	0,628	20,049	1,625
0,687	0,544	2,890	1,377	0,510	1,382	0,550	1,500
6,970	4,000	0,800	3,000	1,300	2,000	0,530	1,692
0,400	4,595	0,550	9,627	0,932	5,979	2,500	0,560
3,085	0,505	0,466	0,508	3,553	3,258	1,127	2,300
5,250	1,220	1,500	0,500	0,690	0,716	0,790	1,880
4,000	0,927	1,000	0,750	0,450	1,000	0,721	0,898
4,800	0,768	0,740	0,610	1,125	1,000	0,600	0,654
1,500	0,474	1,300	5,478	1,430	0,680	0,500	1,192
0,169	3,185	0,529	2,000	0,800	0,700	2,500	1,215
0,575	1,188	11,641	2,784	7,354	0,500	1,439	0,586
3,000	0,572	31,050	2,550	0,699	1,435	0,800	0,494
0,814	0,650	1,057	0,725	0,900	0,210	0,485	0,900
0,787	1,280	0,588	4,200	2,151	0,837	1,289	0,785
0,670	1,500	19,200	0,615	1,544	0,815	0,400	3,800
4,400	1,000	1,400	0,665	0,850	0,500	0,565	1,900
0,500	2,544	0,995	2,600	1,400	1,050	3,500	0,580
0,576	1,035	1,305	0,000	1,688	1,180	0,500	1,400
0,500	0,700	1,000	0,445	19,107	0,800	1,800	1,146
0,678	0,800	0,600	3,500	0,366	1,100	13,000	0,500
0,600	0,930	3,500	0,088	1,200	1,000	0,594	34,000
3,440	1,535						

ПАПКА_SP\ZADAN_6\tabl_6_5_w.txt

Таблица 6.5
Эмпирическая функция распределения ущербов L
в связи с причинением вреда здоровью

Интервалы группировки	Пределы удержания				
	5000	10000	25000	50000	100000
250	0.31857	0.32524	0.30137	0.30488	0.25407
500	0.47708	0.47179	0.42374	0.44095	0.38034
1000	0.61849	0.57837	0.56575	0.56194	0.50561

см. продолжение на след. стр.

Интервалы группировки	Пределы удержания				
	5000	10000	25000	50000	100000
2000	0.74463	0.70611	0.69452	0.68549	0.63509
3000	0.81430	0.77900	0.77215	0.75610	0.71780
4000	0.85366	0.82367	0.81507	0.80745	0.77073
6000	0.87283	0.89028	0.86986	0.86425	0.83531
7000		0.90674	0.88402	0.87644	0.85245
8000		0.92006	0.90502	0.89730	0.87244
9000		0.93025	0.91735	0.90725	0.88348
11000		0.93966	0.93196	0.92908	0.90371
12000			0.93516	0.93261	0.90970
14000			0.94703	0.93806	0.91944
16000			0.95525	0.94961	0.92981
19000			0.95982	0.95764	0.93782
21000			0.96484	0.96502	0.94436
23000			0.96849	0.96727	0.94640
30000			0.97123	0.97593	0.96120
35000				0.97818	0.96558
40000				0.98042	0.96928
45000				0.98267	0.97212
55000				0.98556	0.97952
60000					0.98168
70000					0.98409
80000					0.98723
100000					0.99143
	n=3861	n=1276	n=2190	n=3116	n=16212

ПАПКА_SP\ZADAN_6\tabl_6_6_w.txt

Таблица 6.6
Группированные данные об ущербах L
в связи с причинением вреда здоровью (пределы удержания 25.000)

Интервалы группировки	Частоты	Значение
1-250	660	75,420
251-500	268	101,558
501-1,000	311	236,068
1,001-2,000	282	425,042
2,001-3,000	170	437,265
3,001-4,000	94	333,232
4,001-4,999	49	220,878

см. продолжение на след. стр.

Интервалы группировки	Частоты	Значение
5,000-5,000	25	125,000
5,001-6,000	46	256,168
6,001-7,000	31	204,257
7,001-8,000	46	332,649
8,001-9,000	27	233,143
9,001-9,999	9	85,411
10,000-10,000	18	180,000
10,001-11,000	5	53,475
11,001-12,000	7	80,838
12,001-14,000	26	340,215
14,001-15,000	13	194,393
15,001-16,000	5	77,756
16,001-17,000	3	49,576
17,001-18,000	5	88,431
18,001-19,000	2	37,000
19,001-19,999	3	58,629
20,000-20,000	5	100,000
20,001-21,000	3	62,651
21,001-22,000	6	128,055
22,001-23,000	2	45,000
23,001-24,000	2	48,000
24,001-24,999	4	97,864
25,000-25,000	34	850,000
25,001-	29	1,491,943
Всего	2,190	7,049,917

6.5 ПАПКА_SP\ZADAN_6\yadra_w.txt

Ядерные функции

6.5.1 K_1 . Ядро Епанечникова

$$K(u) = \begin{cases} 3(1 - u^2)/4, & |u| \leq 1 \\ 0, & |u| > 1. \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} K^2(u) du = 3/5,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u^2 K(u) du = 1/5.$$

6.5.2 K_2 . **Равнобедренное треугольное**

$$K(u) = \begin{cases} 1 - |u|, & u \leq 1 \\ 0, & u > 1. \end{cases}$$

6.5.3 K_3 . **Ядро Коши**

$$K(u) = \pi^{-1}(1 + u^2)^{-1}.$$

6.5.4 K_4 . **Ядро Феже-Валле-Пуссена (Fejer-de la Valée Poussen)**

$$K(x) = \pi^{-1} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2.$$

6.5.5 K_5 . **Ядро Вейерштрасса (Weierstrasse)**

$$K(x) = \pi^{-1/2} e^{-x^2}.$$

6.5.6 K_6 . **Ядро Пикара (Picard)**

$$K(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}.$$

6.5.7 K_7 . **Ядро Джексона-Валле-Пуссена (Jackson-de la Valée Poussen)**

$$K(x) = 3\pi^{-1} (\sin /x)^4.$$

6.5.8 K_8 . **Ядро скользящего среднего**

$$K(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

6.5.9 K_9 . **Ядро Фурье**

$$K(x) = (\pi x)^{-1} \sin x.$$

6.6

Статистический практикум, 3-ий курс.

Параметры индивидуальных вариантов заданий для практикума N 6

PAPKA_SP\ZADAN_6\z6_var_w.txt

Вариант	Γ_1	Γ_2	B	T	α_1	γ_1	q	Фамилия	$g(\theta_0)$	Ядро
6.1	1	2	1	7	0.04	0.99	0.01		$a_1(\theta_0)$	K_1
6.2	1	3	2	6	0.05	0.956	0.02		$R(u; \theta_0)$	K_2
6.3	1	4	3	5	0.03	0.963	0.03		$\zeta_q(\theta_0)$	K_3
6.4	1	5	4	5	0.02	0.968	0.94		$a_1(\theta_0)$	K_4
6.5	1	2	1	3	0.045	0.991	0.011		$R(u; \theta_0)$	K_5
6.6	1	3	2	7	0.048	0.993	0.012		$\zeta_q(\theta_0)$	K_6
6.7	1	4	3	6	0.031	0.994	0.013		$a_1(\theta_0)$	K_7
6.8	4	1	4	7	0.029	0.923	0.914		$R(u; \theta_0)$	K_8
6.9	4	2	1	6	0.03	0.991	0.015		$a_1(\theta_0)$	K_9
6.10	4	3	2	7	0.04	0.992	0.021		$R(u; \theta_0)$	K_1
6.11	4	1	3	2	0.07	0.993	0.022		$\zeta_q(\theta_0)$	K_2
6.12	4	2	4	3	0.08	0.997	0.031		$\zeta_q(\theta_0)$	K_3
6.13	2	5	1	6	0.1	0.998	0.032		$\zeta_q(\theta_0)$	K_4
6.14	2	5	2	5	0.03	0.954	0.033		$\zeta_q(\theta_0)$	K_5
6.15	3	2	3	6	0.04	0.956	0.041		$\zeta_q(\theta_0)$	K_6
6.16	3	2	4	7	0.06	0.963	0.942		$\zeta_q(\theta_0)$	K_7
6.17	2	3	4	6	0.03	0.935	0.91		$a_1(\theta_0)$	K_8
6.18	2	3	3	6	0.02	0.948	0.05		$\zeta_q(\theta_0)$	K_9
6.19	3	4	2	5	0.1	0.955	0.95		$a_1(\theta_0)$	K_8
6.20	3	4	1	5	0.08	0.96	0.05		$\zeta_q(\theta_0)$	K_7
6.21	4	5	1	6	0.09	0.97	0.05		$a_1(\theta_0)$	K_6
6.22	4	5	2	6	0.06	0.98	0.01		$\zeta_q(\theta_0)$	K_5
6.23	1	2	3	3	0.05	0.99	0.05		$a_1(\theta_0)$	K_4
6.24	1	3	4	3	0.04	0.98	0.95		$\zeta_q(\theta_0)$	K_3
6.25	1	5	3	2	0.03	0.97	0.95		$a_1(\theta_0)$	K_2
6.26	2	6	2	2	0.02	0.91	0.02		$R(u; \theta_0)$	K_1
6.27	3	7	1	1	0.03	0.92			$\zeta_q(\theta_0)$	K_1
6.28	4	6	2	6	0.02	0.93	0.04		$a_1(\theta_0)$	K_2
6.29	5	2	3	2	0.03	0.95	0.05		$R(u; \theta_0)$	K_2
6.30	6	4	4	3	0.04	0.96	0.99		$\zeta_q(\theta_0)$	K_3
Вариант	Γ_1	Γ_2	B	T	α_1	γ_1	q		$g(\theta_0)$	Ядро