

Программа курса лекций  
«ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»  
Лектор: ГАШКОВ С.Б.

### 1. Булевы функции и элементарная комбинаторика

Правило сложения и правило умножения в комбинаторике. Декартово произведение множеств. Множество всех подмножеств данного множества. Многомерный двоичный куб. Булевы функции. Покрытия множества вершин куба интервалами и ДНФ (дизъюнктивные нормальные формы). Максимальные интервалы и сокращенная ДНФ. Минимальные, кратчайшие и тупиковые ДНФ. Леммы о несамодвойственной, немонотонной и нелинейной функциях. Теорема Поста о функциональной полноте. Формула включения-исключения. Неравенства Бонферрони. Задача Эйлера о беспорядках в перестановках. Число всех отображений из одного множества в другое. Число инъективных отображений. Перестановки, размещения и сочетания. Число подмножеств данной мощности. Полиномиальные коэффициенты и полиномиальная теорема.

### 2. Перечислительная комбинаторика

Мультимножества и число мультимножеств данной мощности. Число монотонных слов в данном алфавите. Сочетания с повторениями. Упорядоченные разбиения на натуральные слагаемые. Число сюръективных отображений из одного множества в другое.

Числа Стирлинга второго и первого рода. Числа Белла. Производящие функции. Задача Эйлера о размене монет. Неупорядоченные разбиения на слагаемые и их производящая функция. Числа Каталана. Решение линейных рекуррентных соотношений. Формула Бине для чисел Фибоначчи. Формула обращения Мебиуса и ряды Дирихле.

### 3. Графы и сети

Графы, основные понятия. Метрическое пространство графа. Группа автоморфизмов графа. Орграфы и мультиграфы. Эйлеровы циклы и цепи. Гамильтоновы циклы и цепи. Плоские графы. Формула Эйлера. Непланарность пятиугольной звезды и графа задачи о трех домах и трех колодцах. Теорема Понтрягина-Куратовского (без доказательства). Деревья и их характеристические свойства. Диаметры и центры деревьев. Оценка числа попарно неизоморфных деревьев с данным числом вершин. Число попарно неизоморфных бинарных корневых деревьев. Теорема Кэли о числе различных деревьев с занумерованными вершинами. Коды Прюфера. Потoki в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе. Алгоритм нахождения максимального потока. Задача о минимальном вершинном покрытии для двудольных графов. Теорема Кенига-Эгервари. Паросочетания и системы различных представителей. Теорема Холла.

### 4. Теория кодирования

Алфавитное кодирование. Разделимые коды. Префиксные коды. Неравенство Крафта-Макмиллана. Существование префиксного кода с заданными динами слов. Графовый алгоритм распознавания делимости кода. Префиксные коды и деревья. Алгоритм Хаффмена для построения оптимального префиксного кода. Самокорректирующиеся двоичные коды. Границы сферической упаковки для мощности максимального кода с заданным расстоянием. Коды Хемминга, их порождающие и проверочные матрицы. Коды Хемминга как совершенные (плотно упакованные) коды. Задача поиска фальшивой монеты.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику (Начиная со второго издания).
2. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики /под ред. С.В.Яблонского и О.Б.Лупанова, Наука, 1974.
3. Айгнер М. Комбинаторная теория. Мир, 1982.

4. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. Мир, 1966.
5. Ловас Л., Пламмер М. Прикладные задачи теории графов. Мир, 1998.
6. Харарри Ф. Теория графов. Мир, 1973.