

Программа курса лекций
«ВЫПУКЛЫЙ АНАЛИЗ»

Лектор: ГАЛЕЕВ Э.М.

1. Теоремы отделимости. Выпуклые задачи без ограничений и с ограничениями.
2. Теорема Куна--Таккера.
3. Достаточные условия минимума в выпуклой задаче.
4. Пример решения выпуклой задачи.
5. Постановки задач линейного программирования. Симплекс-метод. Пример.
6. Преобразование Лежандра. Примеры.
7. Вывод задачи, двойственной к задаче в общей форме.
8. Вывод задачи двойственной к двойственной задаче л. п. в общей форме.
9. Вывод задачи, двойственной к задаче в канонической форме.
10. Теорема существования.
11. Теоремы двойственности, критерий решения.
12. Свойства множества допустимых точек в задаче л.п.
13. Доказательство симплекс-метода.
14. Переход к решению двойственной задачи, пример.
15. Метод искусственного базиса. Пример.
16. Транспортная задача, ее особенности. Методы нахождения начальной крайней точки.
17. Пример решения транспортной задачи.
18. Двойственная задача к транспортной. Обоснование метода потенциалов.
19. Задача о назначении. Пример.
20. Понятия выпуклого множества, выпуклой оболочки, размерность выпуклого множества в конечномерном пространстве, примеры выпуклых множеств. Теорема Каратеодори.
21. Свойства отделимости, доказательства их в конечномерном случае. Крайние и выступающие точки. Теорема Минковского в конечномерном случае.
22. Теорема Страшевича в конечномерном случае. Теорема Радона. Теорема Хелли.
23. Выпуклые функции и их надграфики. Собственные выпуклые функции. Неравенство Йенсена. Непрерывность выпуклой функции. Свойства выпуклых функций. Критерий выпуклости дифференцируемой функции через ее производную. Неотрицательная определенность второй производной.
24. Примеры выпуклых функций. Понятие субдифференциала, субдифференциал выпуклой функции в точке дифференцируемости. Непустота субдифференциала выпуклой непрерывной функции. Свойства субдифференциала и примеры нахождения субдифференциала выпуклой функции.
25. Субдифференциал суммы. Теорема Моро-Рокафеллара. Лемма о производной по направлению. Субдифференциал максимума. Теорема Дубовицкого---Милютин.
26. Теорема Дубовицкого---Милютин. Теорема об очистке (без доказательства).
27. Двойственность функций. Преобразование Лежандра---Юнга---Фенхеля. Замкнутые выпуклые функции, выпуклость и замкнутость сопряженной функции. Аффинные функции, теорема Минковского. Неравенство Юнга. Примеры нахождения сопряженной функции.
28. Теорема Фенхеля---Моро о второй сопряженной собственной выпуклой замкнутой функции. Строгая выпуклость функции. Критерий строгой выпуклости через сопряженную функцию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галеев Э.М. «Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи.» Изд-во УРСС, 2002 г.
2. Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. «Выпуклый анализ и его приложения.» Изд-во УРСС, 2000 г.