

**Экзаменационные вопросы по курсу "Математическая статистика",
сентябрь-2013 май-2014г.
Лектор Е.В.Чепурин**

1. Статистическая модель. Основные виды статистических выводов. Решающие функции. Функция потерь и функция риска. См. [4, §1.2], [1, §1,3,7,8].
2. Эмпирическая функция распределений и ее свойства: несмещенность, дисперсия и ковариация для разных значений аргумента, оптимальность в классе несмещенных оценок непараметрических функций распределения, поточечная состоятельность. См. [2, §1.2].
3. Теорема Гливленко-Кантелли. См. [2, §1.2].
4. «P-P» и «Q-Q» вероятностные графики и их использование при проверке гипотез о типе распределения и об однородности данных. См. Лекции.
5. «П-П» вероятностные графики и их использование при проверке гипотезы пуассоновости данных. См. Лекции.
6. Оптимальная оценка среднего в классе линейных несмещенных оценок. См. Лекции.
7. Статистика Колмогорова в задаче проверки гипотез и построения доверительных полос для порождающей функции распределения. См. [2, §1.8, 3.12].
8. Критерий Смирнова в задаче проверки гипотезы однородности данных. См. Лекции.
9. Достаточные статистики. Примеры. Полнота класса процедур, зависящих от достаточной статистики. См. [4, §1.9, 1.8].
10. Достаточные статистики. Теорема факторизации. См. [4, §2.6], [1, §2].
11. Минимальные достаточные статистики. Критерий минимальности достаточной статистики. [3, §2.2], [2, § 2.13], [1, §2].
12. Полные семейства распределений. Примеры. Теорема Басу о независимости статистик. См. [1, §2], [4, §4.3]; [3, § 2.2].
13. Семейства экспоненциального типа. Достаточные условия полноты. Доказать полноту пуассоновского распределения. См. [4, §2.7, 4.3].
14. Методы построения точечных оценок. См. [2, §2.3].
15. Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок по методу моментов. См. [2, §2.4].
16. Состоятельность и асимптотическая нормальность оценок по методу квантилей. См. [1, § 6].
17. Состоятельность выборочных центральных моментов, медиан, квартилей, асимметрии и эксцесса. Какова вероятностная интерпретация перечисленных величин? См. [2, §1.3].
18. Информационная функция Фишера и ее свойства. См. [3, §4.8]; [2, §2.16, 2.17].
19. Состоятельность подстановочных оценок. См. [2, §2.3, 2.4]; [1, §6].
20. Единственность несмещенной оценки, зависящей от полной достаточной статистики. Несмещенные оценки и способы их построения. См. Лекции.
21. Теорема Блекуэлла-Рао-Колмогорова. См. [3, §8.4]; [2, §2.14]; [1, §5].
22. Оптимальность несмещенной оценки при выпуклой вниз функции потерь. См. [1, §3].
23. Эллипсоид рассеяния, обобщенная дисперсия. См. [1, §5].
24. Неравенство Крамера-Рао. См. [3, §8.3]; [2, §2.16]; [1, §5].
25. Эффективность оценок. Необходимые и достаточные условия эффективности оценок. См. [1, §5,9], [2, §2.16].
26. Асимптотическая нормальность оценок максимума правдоподобия. См. [3, §9.2]; [2, §2.25]; [1, §9].
27. Асимптотическая эффективность по Леману. См. [5, §5.2].
28. Центральная функция. Доверительное оценивание на основе центральных функций. Доверительное оценивание параметров одномерного нормального распределения. См. [3, §7.2]; [2, §2.31].
29. Построение доверительных множеств методом сечений. Доверительное оценивание параметра биномиального распределения. См. [2, §2.31].
30. Доверительное оценивание функций. Построение доверительных границ для квантиля одномерного нормального распределения.

31. Доверительное оценивание на основе асимптотически нормальных оценок. Построение асимптотического доверительного интервала для параметра пуассоновского распределения. См. [2, § 2.31].
32. Гипотезы простые и сложные. Статистики критерия. Статистики, чувствительные к отклонениям от нулевой гипотезы. Примеры. См. [4, §3.1]; [3, § 3.2].
33. Критическая область. Функция критерия. Рандомизированные и нерандомизированные критерии. Ошибки первого и второго рода. Функции мощности. Равномерно наиболее мощные критерии. Привести примеры РНМ критериев. См. [4, §3.1]; [1, §7].
34. Критерии отношения правдоподобия и связь их с достаточными статистиками. Лемма Неймана-Пирсона. [4, §3.2]; [2, §3.2]; [1, §7].
35. Распределения с монотонным отношением правдоподобий. Структура соответствующих им РНМ критериев. См. [4, §3.3]; [2, §3.5].
36. Наблюденный уровень значимости и его свойства. Способ использования наблюдаемого уровня значимости при проверке гипотез. См. [3, §3.2].
37. Связь критериев значимости и доверительных выводов. См. [4, §3.5].
38. Асимптотически нормальные оценки в задаче построения статистик критериев значимости. Состоятельность соответствующих критериев.
39. Асимптотическое распределение статистики отношения максимумов правдоподобий. См. [3, §9.3].
40. Критерий хи-квадрат при проверке простой полиномиальной гипотезы. [1, §10].
41. Критерий хи-квадрат при проверке сложной полиномиальной гипотезы. [1, §10].
42. Линейная модель. Метод наименьших квадратов. Существование решения у системы нормальных уравнений. См. [1, §14]
43. Линейная модель. Метод наименьших квадратов. Несмещенность и состоятельность оценок параметров линейной модели полного ранга. См. [1, §14]
44. Теорема Гаусса-Маркова [1, §14].
45. Гауссовская линейная модель полного ранга. Оптимальность оценок метода наименьших квадратов параметров модели. [1, §15].
46. Независимость оценок метода наименьших квадратов дисперсии компонент вектора ошибок и вектора неизвестных параметров для гауссовской линейной модели [1, §14,15].
47. Проверка гипотез о значении линейной функции параметров в гауссовской линейной модели, [1, §15].
48. Доверительные интервалы для линейной функции параметров в гауссовской линейной модели, [1, §15].
49. Несмещенный критерий для проверки линейной гипотезы, [1, §15].
50. Достаточные статистики в гауссовской линейной модели. Распределение оценок ОНК в гауссовской линейной модели. См. [1, §15].
51. Обобщенная обратная матрица и свойства оценок наименьших квадратов для модели неполного ранга, [1, § 14].
52. Байесовская статистическая модель.
53. Байесовское решающее правило при проверке двух простых гипотез, [2, §3.2].
54. Байесовская точечная оценка реализованного значения параметра при квадратичных потерях [2, §2.11].

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Ю.К., Чепурин Е.В. Основы математической статистики, часть 1-3. М., МГУ, 1982-1983.
2. Боровков А.А. Математическая статистика: Оценка параметров. Проверка гипотез. М., Наука, 1984.
3. Кокс Д., Хинкли Д., Теоретическая статистика. М., Мир, 1978.
4. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М., Наука, 1979.
5. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику. М., ЛКИ, 2009.