Вниманию студентов групп 331-332!

При выполнении контрольных работ, заданий практикума, решении зачетных и экзаменационных задач необходимо учитывать принятую в их формулировке параметризацию семейства распределений, которому принадлежит случайная величина, реализации которой порождают соответствующие статистические данные y. В частности,

1) для логнормального распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_logn.txt

Пусть $y = (y_1, \dots, y_n)^T$, $y \in R^1_+$, y_i – н.о.р. случайные величины, $i = \overline{1,n}$,

$$y_1 \stackrel{d}{=} LOGN(\mu_0, \sigma_0),$$

т.е.

$$y_1 \stackrel{d}{=} \exp\{N(\mu_0, \sigma_0^2)\},$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0 u} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln u - \mu_0}{\sigma_0}\right)^2\right\},$$

$u > 0, \quad \theta_0 = (\mu_0, \sigma_0^2), \quad -\infty < \mu_0 < \infty, \quad \sigma_0^2 > 0.$

Случайная величина y_1 имеет *логнормальное* распределение.

2) для обратногауссовского распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_invg.txt

Пусть $y = (y_1, \dots, y_n)^T$, $y_i \in R^1_+$, y_i – н.о.р. *обратно-гауссовские* случайные величины, $i = \overline{1,n}$, т. е.

$$y_1 \stackrel{d}{=} INVG(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = invg(u; \alpha_0, \sigma_0) = \frac{1}{\sigma_0}\sqrt{\frac{\alpha_0}{2\pi\left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^3}} \cdot \exp\left\{-\frac{\alpha_0\left(\frac{u}{\sigma_0} - 1\right)^2}{2\frac{u}{\sigma_0}}\right\}, \ u > 0,$$

$$\mathcal{L}(y_i) = \mathcal{INVG}(u; \alpha_0, \sigma_0) = \Phi\left(\sqrt{\frac{\alpha_0\sigma_0}{u}}\left(\frac{u}{\sigma_0} - 1\right)\right) + \\ + e^{2\alpha_0}\Phi\left(-\sqrt{\frac{\alpha_0\sigma_0}{u}}\left(\frac{u}{\sigma_0} + 1\right)\right), \ u > 0,$$

где $\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T$, $\alpha_0 > 0$, α_0 – параметр формы, $\sigma_0 > 0$, σ_0 – параметр масштаба.

3) для гамма распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_G.txt

Пусть $y = (y_1, \dots, y_n)^T$, $y_i \in R^1_+$, y_i – н.о.р. случайные величины, имеющие *гамма* распределение, $i = \overline{1,n}$, т.е.

$$y_1 \stackrel{d}{=} G(\alpha_0, \sigma_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = gam(u; \alpha_0, \sigma_0) = \frac{u^{\alpha_0 - 1}\exp\{-u/\sigma_0\}}{\sigma_0^{\alpha_0}\Gamma(\alpha_0)}, \quad u > 0,$$

$\theta_0 = (\alpha_0, \sigma_0)^T, \quad \alpha_0 > 0, \quad \sigma_0 > 0.$

4) для распределения Вейбулла параметризацию использовать в следующей форме \ usl_w.txt

Пусть $y=(y_1,\ldots,y_n)^T$, $y_i\in R^1_+$, y_i – н.о.р. случайные величины, имеющие распределение *Вейбулла*, $i=\overline{1,n}$, т.е.

$$\begin{aligned} y_1 &\stackrel{d}{=} W(\alpha_0,\sigma_0), \\ \mathcal{L}(y_1) &= 1-\exp\{-\left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0}\}, \quad u>0, \\ \mathcal{L}'(y_1) &= \frac{\alpha_0}{\sigma_0}\left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0-1}\exp\{-\left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^{\alpha_0}\}, \quad u>0, \end{aligned}$$

$\theta_0=(\alpha_0,\sigma_0)^T, \quad \alpha_0>0, \quad \sigma_0>0.$

5) для распределения Парето 1 рода параметризацию использовать в следующей форме \ usl_PAR1.txt

Пусть $y=(y_1,\ldots,y_n)^T$, $y_i\in R^1_+$, y_i – н.о.р. случайные величины, $i=\overline{1,n}$,

$$\begin{gathered} y_1 \stackrel{d}{=} PAR_1(\alpha_0,\sigma_0), \\ \mathcal{L}'(y_1)=\alpha_0\frac{\sigma_0^{\alpha_0}}{u^{\alpha_0+1}}1\!\!1(u>\sigma_0), \\ \mathcal{L}(y_1)=1-\left(\frac{\sigma_0}{u}\right)^{\alpha_0}, \end{gathered}$$

$\theta_0=(\alpha_0,\sigma_0)^T$, $\alpha_0>0$, α_0 – параметр формы, $\sigma_0>0$, σ_0 – одновременно и параметр масштаба, и пороговый параметр носителя меры. Соответствующее семейство распределений называют *семейством распределений Парето* первого рода.

6) для логлогистического распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_LLGS.txt

Пусть $y=(y_1,\cdots,y_n)^T$, $y_i\in R^1_+$, y_i – н.о.р. случайные величины, $i=\overline{1,n}$,

$$\mathcal{L}'(y_1)=\frac{\alpha_0(\frac{u}{\sigma_0})^{\alpha_0-1}}{\sigma_0(1+(\frac{u}{\sigma_0})^{\alpha_0})^2},$$

$$u>0, \quad \theta_0=(\alpha_0,\sigma_0), \quad \alpha_0>0, \quad \sigma_0>0,$$

т.е. случайная величина y_1 имеет *логлогистическое* распределение. Здесь параметр α_0 – параметр формы, а σ_0 – параметр масштаба. Оба параметра не известны.

7) для показательного сдвигово-масштабного распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_E111.txt

Пусть $y=(y_1,\ldots,y_n)^T$, $y_i\in R^1$, y_i – н.о.р. показательные с параметрами сдвига и масштаба случайные величины, $i=\overline{1,n}$, т.е.

$$y_1\stackrel{d}{=}\mu_0+E(\sigma_0),$$

$\theta_0=(\mu_0,\sigma_0)^T, \quad -\infty<\mu_0<\infty, \quad \sigma_0>0.$

8) для нормального распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_A1.txt

Пусть $y=(y_1,\ldots,y_n)^T$, $y_i\in R^1$, y_i – н.о.р. *нормальные* случайные величины, $i=\overline{1,n}$,

$$y_1\stackrel{d}{=}N(\mu_0,\sigma_0^2),$$

$\theta_0=(\mu_0,\sigma_0^2)^T$, $-\infty<\mu_0<\infty$, $\sigma_0^2>0$. Обозначим $\bar y_n=\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^n y_i$, $Q_n=\sum\limits_{i=1}^n(y_i-\bar y_n)^2$.

9) для равномерного распределения на интервале (θ_1, θ_2) параметризацию использовать в следующей форме \ usl_U2.txt

Пусть $y = (y_1, \ldots, y_n)^T$, $\theta_{01} \le y_i \le \theta_{02}$, y_i – н.о.р. случайные величины, имеющие равномерное распределение $i = \overline{1, n}$,

$$y_1 \overset{d}{=} U(\theta_{01}, \theta_{02}),$$

$\theta_0 = (\theta_{01}, \theta_{02}), \quad \theta_{01} < \theta_{02}$.

10) для равномерного распределения на интервале ($0, \theta$) параметризацию использовать в следующей форме \ usl_U.txt

Пусть $y = (y_1, \ldots, y_n)^T$, $0 \le y_i \le \theta_0$, y_i – н.о.р. случайные величины, имеющие *равномерное* распределение, $i = \overline{1, n}$,

$$y_1 \overset{d}{=} U(0, \theta_0), \quad \theta_0 > 0.$$

11) для отрицательно-биномиального распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_NBI2.txt

Пусть $y = (y_1, \ldots, y_n)^T$, $y_i \in \mathsf{N}$, y_i – н.о.р. случайные величины, $i = \overline{1, n}$,

$$\mathcal{L}'(y_1) = C^r_{m+r-1} \cdot \theta_0^m (1 - \theta_0)^r, \quad r = 0, 1, 2, \ldots,$$

$$y_1 \overset{d}{=} NBIN(r, \theta_0),$$

$m > 0$, m – известное целое число, $0 < \theta_0 < 1$. Соответствующее семейство дискретных распределений называют *семейством распределений Паскаля*. Поскольку это семейство является частным случаем семейства отрицательно-биномиальных распределений, иногда оно выступает именно под этим названием.

12) для биномиального распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_B.txt

Пусть $y = (y_1, \ldots, y_n)^T$, y_i – н.о.р. *биномиальные* случайные величины, $0 \le y_i \le k$, y_i – целое, $i = \overline{1, n}$,

$$y_1 \overset{d}{=} BIN(k; \theta_0), \quad 0 < \theta_0 < 1.$$

13) для пуассоновского распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_P.txt

Пусть $y = (y_1, \ldots, y_n)^T$, $y_i \in \mathsf{N}$, y_i – н.о.р. *пуассоновские* случайные величины, $i = \overline{1, n}$,

$$y_1 \overset{d}{=} POIS(\theta_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{\theta_0^r \, e^{-\theta_0}}{r!}, \quad r = 0, 1, \ldots, \quad \theta_0 > 0.$$

14) для показательного (без сдвига) распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_e1.txt

Пусть $y = (y_1, \ldots, y_n)^T$, $y_i \in R^1_+$, y_i – н.о.р. *показательные* случайные величины, $i = \overline{1, n}$,

$$y_1 \overset{d}{=} E(\theta_0),$$

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{1}{\theta_0} \exp\left\{-\frac{u}{\theta_0}\right\}, \quad u > 0, \quad \theta_0 > 0.$$

15) для усеченного пуассоновского распределения параметризацию использовать в следующей форме \ usl_trp.txt

Пусть $y = (y_1, \ldots, y_n)^T$, $y_i \in \mathsf{N}_+$, y_i – н.о.р. случайные величины, $i = \overline{1, n}$,

$$\mathcal{L}'(y_1) = \frac{\theta_0^k e^{-\theta_0}}{k!(1 - e^{-\theta_0})}, \quad k = 1, 2, \ldots, \quad \theta_0 > 0.$$

Определенное выше распределение называют *усеченным* распределением Пуассона.