В. М. Миллионщиков. (Москва) «Некоторые результаты и нерешенные задачи теории показателей Ляпунова» (14 октября 1977 г.).

Обозначения. $\mathbf{V}^n$ — гладкое замкнутое многообразие; m — нормированная мера, индуцированная некоторой римановой метрикой; $C^1(\mathbf{V}^n, m)$ — пространство динамических систем $\dot{x} = f(x)$ $(f \in C^1(\mathbf{V}^n))$ с инвариантной мерой m, наделенное топологией C^1; $C_2^1(\mathbf{V}^n, m)$ — его подпространство, состоящее из всех $f \in C^2(\mathbf{V}^n)$; $C^1(\mathbf{V}^n, m, E)$ — подпространство пространства $C^1(\mathbf{V}^n, m)$, состоящее из эргодических систем; $C_2^1(\mathbf{V}^n, m, E) = C_2^1(\mathbf{V}^n, m) \cap C^1(\mathbf{V}^n, m, E)$; $\lambda_1(f, x_0) \geqslant \ldots \geqslant \lambda_n(f, x_0)$ — характеристические показатели системы в вариациях вдоль выходящей из точки x_0 траектории системы $\dot{x} = f(x)$;

$$\Lambda_i(f) = \int_{\mathbf{V}^n} \lambda_i(f, x_0)\, m(dx_0);$$

$H(f)$ — энтропия системы $\dot{x} = f(x)$.

Теорема. *Точки разрыва функций* $\Lambda_k(f)$ $(k = 1, \ldots, n)$ *содержатся в множестве первой категории по Бэру в* $C^1(\mathbf{V}^n, m)$.

Доказательство. $\sum_{i=1}^{k} \Lambda_i(f)$ полунепрерывны сверху на $C^1(\mathbf{V}^n, m)$ (см. доказательство теоремы 2 в [2]; предостережение: в [2] через $C^1(\mathbf{V}^n, m)$ обозначено то, что здесь обозначено через $C_2^1(\mathbf{V}^n, m)$). Следовательно (см. [1], т. 1, стр. 181—183; т. 2, стр. 79), множество точек разрыва функций $\Lambda_1(f)$ и $\Lambda_k(f) = \sum_{i=1}^{k} \Lambda_i(f) - \sum_{i=1}^{k-1} \Lambda_i(f)$ $(k = 2, \ldots, n)$ содержится в множестве первой категории в $C^1(\mathbf{V}^n, m)$. Теорема доказана.

Так как $C^1(\mathbf{V}^n, m)$ полно, то из доказанной теоремы следует, что множество точек непрерывности всех функций $\Lambda_i(f)$ $(i = 1, \ldots, n)$ содержит G_δ, всюду плотное в $C^1(\mathbf{V}^n, m)$, т. е. эти точки *типичны*.

Нерешенные задачи. Типичны ли в соответствующих пространствах точки непрерывности а) сужения функций $\Lambda_k(f)$ на $C^1(\mathbf{V}^n, m, E)$; б) сужения функций $\sum_{i=1}^{k} \Lambda_i(f)$ на $C_2^1(\mathbf{V}^n, m, E)$ (на $C_2^1(\mathbf{V}^n, m, E)$ при некотором k $H(f) = \sum_{i=1}^{k} \Lambda_i(f)$); в) функции $H(f)$ на $C^1(\mathbf{V}^n, m)$; г) сужения функции $H(f)$ на $C_2^1(\mathbf{V}^n, m)$?

Литература. 1. Куратовский К. Топология. М., «Мир», т. 1, 1966; т. 2, 1969.
2. Миллионщиков В. М. Дифференц. уравнения, **12**, № 12, 1976.